円周の長さについて(I)

――林鶴一蔵書資料より――

*萬　伸介・*森岡　正臣・**西城　祐子・**山尾　健一・**小畑　達哉

On the length of circumference (I)
――Based on textbook's collection of Hayashi Tsuruichi――

YOROZU Shinsuke, MORIOKA Masaomi,
SAIJO Yuko, YAMAO Kenichi, OBATA Tatsuya

要　旨

宮城教育大学教育学部数学教育講座が保管している林鶴一の蔵書（「林文庫邦書目録　原稿」に記載されている書籍を中心としたもの）は明治後半から昭和十年頃までの算術・数学教科書が主なものである。林鶴一編、清野耕治著「幾何学　正多角形及円」（初等数学叢書21、大倉書店、大正四年発行）は円周の長さに関連して、「円周はその円に内接する正多角形の周より大きく、外接する正多角形の周より小さい」ということを「公理」としている。現在では「当然のこと」のように受け入れられ、教科書でも上記のような記述はない。「林文庫邦書目録　原稿」に記載されている書籍、特に林鶴一が関わった教科書では円周の長さをどのように記述しているかを調べ、それを報告する。この調査の過程で、中学校数学の授業への幾つかの提案ができることがわかった。具体的な指導案等に関わる部分は「円周の長さについて(II)」として後日発表する予定である。

キーワード：林鶴一、林文庫邦書目録原稿、円周の長さ

１．はじめに

宮城教育大学教育学部数学教育講座が保管している林鶴一の蔵書（「林文庫邦書目録原稿」に記載されている書籍を中心としたもの）は明治・大正・昭和にわたる算術・数学教科書が主なものである。「林文庫邦書目録原稿」に記載されている資料の一つ、初等数学叢書21、清野耕治「幾何学　正多角形及円」では「公理　円周はその円に内接する正多角形の周より大にして、外接する正多角形の周より小なり。」と記述されている。この書籍は、旧制高等学校への入学を目指す人たちを対象としたもので、大正四年（1915年）に出版されている。我々は「公理」という取り扱いに注目することにした。

「円周の長さがその円に外接する正多角形の周の長さよりも小さい」ことを初等的に示そうと思うと論理が堂々巡りに陥る。従って、そのことを認めることは小・中学校そして高等学校の教育内容においては適切なことであろう。しかしながら、「約束ごと」、「認めること」、「仮定すること」などと明確にすることは無いように思われる。数学の立場からは、「円周の長さがその円に外接する正多角形の周の長さよりも小さい」は「証明されるべきこと」なのである。最近、竹之内（2008）が、和算において円周の長さを内接正多

＊　数学教育講座
＊＊　附属中学校

角形の周の長さの極限としていることは現在の数学での曲線の長さの定義からみても不適切なことではないと述べた後に、「それよりも、人は、円の外に描かれた多角形の方が周が長い、ということを当然のこととして受け入れているが、その方が問題である。」と述べている。

「林文庫邦書目録原稿」は（その１）、（その２）、（その３）、（その４）に分かれ、（その１）と（その２）は算術・算数の教科書等の書籍が番号付けられて整理されている（（その１）の内容については、萬・森岡（2001, 2002, 2003）参照）。この林鶴一蔵書にある各書籍は円周の長さをどのように記述していたのかを報告し、現在の小・中・高等学校における授業と教員養成大学の幾何学の講義への教材開発のヒントを提示できれば良いと考えている。具体的な教材化・指導案については(II)で取り上げることとする。

２．資料紹介ー「林文庫邦書目録原稿」よりー

円周の長さに関わる記述を「林文庫邦書目録原稿」に記載されているいくつかの書籍から紹介する。

(1)：林文庫邦書目録原稿その２、112番
菊池大麓　校閲、高橋豊夫編纂「幾何學初歩　中巻」
明治二十三年十一月一日　印刷
明治二十三年十一月二日　出版
明治二十五年六月廿五日　訂正再版
明治二十六年十二月十五日　訂正三版印刷發行
東京敬業社（定価金三拾銭）
185頁に以下の記述がある。
第百十條　圓周ノ長サ

古來數多ノ數學者ハ種々ノ方法ニ依リテ直徑ノ長サニ3.1416ナル數ヲ乗ズレバ殆ト圓周ノ長サニ等シクナルコト[注1]ヲ見出セリ
一般ニ此数ヲ示スニギリシャ文字ノπ（パイ）ヲ以テス
故ニ　　圓周＝π×直徑
　　　　　　＝π×半徑ノ二倍

これより前に、第百八条では「与えられたる円に内接する正多角形を画くこと」、第百九条では「与えられたる円に外接する正多角形を画くこと」を述べている。これらを受けて上記「第百十條圓周ノ長サ」の記述がなされているのである。円周の長さは（直径の長さ）×（円周率）であると天下り的に定義している。

(2)：林文庫邦書目録原稿その２、121番
菊池　大麓　編纂「初等　幾何學　教科書　平面幾何學」
明治廿一年九月廿日　巻壱
明治廿二年一月十日　巻弐、文部省出版
明治廿二年四月廿日　合本、文部省再版
明治廿八年三月十一日　訂正印刷、
明治廿八年三月十五日　發行
明治三十一年三月十四日　文部省檢閲濟
明治三十一年三月十五日　訂正印刷、
明治三十一年三月十八日　發行
大日本圖書株式會社（定価金八拾五銭）
附録Ⅳ（355頁～356頁）に以下の記述がある。

圓周ト其ノ直徑ノ比ニ付テ.

１．圓ノ弧ハ之ニ對スル弦ヨリ大ナルコト[注1]ハ公理的トス：故ニ圓ニ内接スル正多角形ノ周ハ圓周ヨリ小ナリ，而シテ邊ノ數ヲ二倍スレハ，其多角形ノ周ハ元ノ多角形ノ周ヨリ大クシテ，圓ノ周ニ等シキコトニ近シ：邊ノ數ヲ二倍スル毎ニ周ハ常ニ圓周ニ等シキコトニ近ツキ，吾々ハ邊ノ數ヲ多クスレハ，其ノ圓周トノ差ヲ何程ニテモ小クスルヲ得；故ニ内接形ノ邊ノ數ヲ究リ無ク多クシタル時，其ノ周ノ極限ハ圓周ナリ.

同様ニ，一ッノ點ヨリ圓ヘ引ケル二ッノ切線ハ切點ノ間ノ弧ヨリ大ナルコトハ公理的トス：然レハ圓ニ外接スル正多角形ノ周ハ圓周ヨリ大ナリ，而シテ其ノ邊ノ數ヲ究リ無ク多クシタル時，其ノ周ノ極限ハ圓周ナリ.

すなわち、「円周上に相異なる二点ＡとＢを定めたとき、弧ABの長さは弦ABの長さより大きい。」と「円外に任意に一点Ｐを定め、点Ｐからこの円へ接線を引き、その接点をＡとＢとする。このとき、線分PAとPBの長さの和は弧ABの長さより大きい。」を「公理」とすると述べている。

さらに、附録Ⅳ（356頁～357頁）には以下の記述がある。

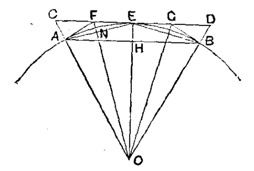
２．二ッノ圓ノ周ノ比ハ其ノ半徑ノ比ニ等シ.

各ノ圓ニ内接スルｎ邊ノ正多角形ヲ作レハ其ノ周ノ比ハ，ｎガ幾ツナルモ，常ニ圓ノ半徑ノ比ニ等シ（問題236）．故ニｎヲ究リ無ク多クシタル時ノ極限ナル圓周ノ比モ亦此比ニ等シ．

故ニ圓周ト直徑ノ比ハ何レノ圓ニテモ常ニ同一ナリ．此比ヲπ：１ヲ以テ表ハス（πハギリシヤ文字ニシテ，パイト讀ム）而シテ圓周ト直徑ハ通約ス可カラザル量ナルヲ以テ（此ノ證明ハ初等幾何學ニ適セザルヲ以テ，此ニ掲ケズ），此比ハ嚴正ニ數ヲ以テ表ハス能ハザルモノナリ．然レトモ[注2]其ノ近算ノ數即πノ近算ノ値ハ種々ノ方法ニ依リテ頗ル精密ニ計算サレタリ．
下ニ其方法ノ一ッヲ掲ク．

円周の長さと直径の長さの比はどの円においても同一であり、その比をπ:1と表すと記述している。円周の長さと直径の長さの比の値は有理数でないことの証明は初等幾何学の範囲を超えているので記述しないと述べている。πの近似値の計算方法の一つを紹介しているが、その最初の部分（357頁の後半部）は以下の通りである（図.1）。

AB ヲ中心 O ナル圓ニ内接スル正多角形ノ一邊トシ，CD ヲ之ニ外接スル同シ數ノ邊ノ正多角形ノ一邊ニシテ，弧 AB ノ中點 E ニ於テノ切線ナリトス．
CA, DB ガ中心 O ニ於テ交ルコハ容易ニ證明スルヲ得; AE, BE ヲ結ヒ付ケヨ; 然レハ AE ハ邊ノ數ガ二倍ナル內接形ノ一邊ナリ;



（図.１）

そして、360頁に、直径１の円に外接・内接する正多角形の周の長さの計算結果（図.２）を示し、

360　平面幾何學

邊ノ數	外接正多角形ノ周	內接正多角形ノ周
4	4·0000000	2·8284271
8	3·3137085	3·0614675
16	3·1825979	3·1214452
32	3·1517249	3·1365485
64	3·1441184	3·1403312
128	3·1422236	3·1412773
256	3·1417504	3·1415138
512	3·1416321	3·1415729
1024	3·1416025	3·1415877
2048	3·1415951	3·1415914
4096	3·1415933	3·1415923
8192	3·1415928	3·1415926

（図.２）

そして､円周率の値を3.1415927としてよいとしている。

⑶：林文庫邦書目録原稿その一、540番
林鶴一、數學教授法研究会（代表者東利作）共編
「初等　幾何學　新教科書［平面之部］」
明治三十三年一月十五日　印刷
明治三十三年一月三十日　發行

三木佐助
第五編第二章　圓の周及び面積
の直前である205頁の最初の部分に、半径１の円に内接・外接する正多角形を考え、辺数、内接形の半周、外接形の半周の表（図.３）を示している。菊池大麓の表（図.２）よりも辺の数が二つ少なく、内接と外接の欄が逆になっている。

第　五　編　205

邊　數	內接形ノ半周	外接形ノ半周
4	2·8284271	4·0000000
8	3·0614675	3·3137085
16	3·1214452	3·1825979
32	3·1365485	3·1517249
64	3·1403312	3·1441184
128	3·1412773	3·1422236
256	3·1415138	3·1417504
512	3·1415729	3·1416321
1024	3·1415877	3·1416025
2048	3·1415914	3·1415951

（図.３）

この表を示した後､205頁～207頁に以下の記述がある。

346. 定義．一定不易の價を有する所の量を**定量**と名け，任意の價を取り得る量を**變量**と名く．

347. 定義．變量の**極限**とは或定量にして其變量の價を如何程にても之に近迫せしむることを得るも決して之に等しからしめ得ざるものなり．

348. 公理Ⅰ． 圓周の長さハ此圓ニ內接スル正多角形ノ邊數ヲ無限ニ增ストキ其周圍ノ近迫スベキ極限ナ

リ.

公理Ⅱ. 圓ニ外接スル多角形ノ邊數ヲ無限ニ增ストキ其周圍ノ極限モ亦此圓周ナリ.

公理Ⅲ. 圓周ハ外接多角形ノ周ヨリ小ニシテ内接多角形ノ周ヨリ大ナリ.

定理Ⅴ.

349. 二圓周の比は其半徑の比に等し.

350. 系壹. 圓周の其直徑に對する比卽ち圓周率は一定不易なり.

351. 系貳. 半徑Rの圓周Cは2πRに等し.

⑷：林文庫邦書目録原稿その一、155番

林　鶴一「普通教育　幾何學教科書　平面之部」

明治三十七年三月七日　印刷

明治三十七年三月十日　發行

東京開成館、大阪開成館

236頁～239頁に以下の記述がある。⑶の記述とほぼ同じである。

第二章

圓ノ周及ビ面積

234. 定義. 或要件ノ下ニ一定不易ノ價ヲ有スル所ノ量ヲ**定量**ト名ケ，種々ノ價ヲ取リ得ル量ヲ**變量**ト云ウ.

235. 定義. 變量ノ**極限**トハ或定量ニシテ其變量ノ價ヲ如何程ニテモ之ニ近迫セシムルコトヲ得ルモ決シテ之ニ等シカラシメ得ザルモノナリ.

236. 公理Ⅶ. 圓周ノ長サハ此圓ニ内接スル正多角形ノ邊數ヲ無限ニ增ストキ其周圍ノ近迫スベキ極限ナリ.

Ⅷ. 圓ニ外接スル多角形ノ邊數ヲ無限ニ增ストキ其周圍ノ極限モ亦此圓周ナリ.

Ⅸ. 圓周ハ外接多角形ノ周ヨリ小ニシテ内接多角形ノ周ヨリ大ナリ.

定理五.

237. 二圓周ノ比ハ其半徑ノ比ニ等シ.

系壹. 圓周ノ其直徑ニ對スル比卽チ圓周率ハ一定不易ナリ.

系貳. 半徑Rノ圓周Cハ2πRニ等シ.

⑸：林文庫邦書目録原稿その一、90番

林　鶴一「新撰　幾何學教科書　平面之部」

開成館　新撰數學科叢書

明治卅七年三月七日　印刷

明治卅七年三月十日　發行

明治卅七年六月廿七日　訂正再版印刷

明治卅七年六月三十日　訂正再版發行

明治三十八年十一月廿五日　修正三版印刷

明治三十八年十一月廿八日　修正三版發行

東京開成館、大阪開成館

第二章　圓ノ周及ビ面積の226頁～227頁に以下の記述がある。

236. 公理Ⅶ. 圓周ノ長サハ此圓ニ内接スル正多角形ノ邊數ヲ無限ニ增ストキ其周圍ノ近迫スベキ極限ナリ。

Ⅷ. 円ニ外接スル正多角形ノ邊數ヲ無限ニ增ストキ其周圍ノ極限モ亦此圓周ナリ。

Ⅸ. 圓周ハ外接多角形ノ周ヨリ小ニシテ内接多角形ノ周ヨリ大ナリ。

これより前、215頁～225頁において、「設問一」から「設問七」を設定し、それぞれに対する解法そして解を示している。設問一（224）、設問二（225）、設問三（226）、設問四（228）、設問五（229）、設問六（230）、設問七（231）は以下のような内容である。

224. 円の内接正多角形の一辺を知って、相似な外接正多角形の辺を計算すること、およびその逆。

225. 円の内接正多角形の辺を知って、同円に内接する二倍辺数の正多角形の辺を計算すること、およびその逆。

226. 円内に正方形および正八角形を画き、かつそれらの辺の長さを計算すること。

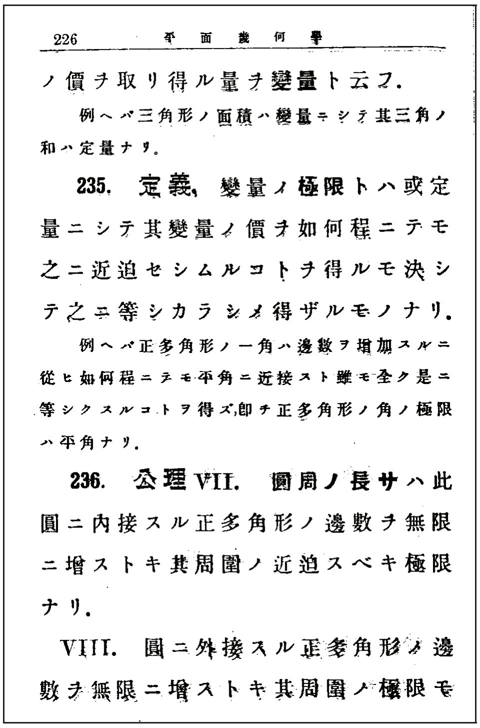
228. 設定された円内に正三角形、正六角形、並びに正十二角形を画き、かつそれらの辺の長さを計算すること。

229. 有限直線（AB）を二分し、その一部分（AC）を他の部分（CB）と全線との比例中項とすること。（すなわち、線分ABにおいて、CB：AC=AC：ABとなるように点Cを直線AB上に定めよ、ということである）

230. 設定された円内に正十角形および正五角形を画き、かつそれらの辺の長さを計算すること。

231. 円内に正十五角形を画き、かつその辺の長さを計算すること。

その後に、(3)の著書と同じ表（辺数、内接形の半周、外接形の半周の表）を示している。そして、先に述べた公理（236）に引き続いて定理五を記述している。226頁（図.4）と227頁（図.5）がその部分である。


226　平面幾何學

ノ價ヲ取リ得ル量ヲ變量ト云フ.

例ヘバ三角形ノ面積ハ變量ニシテ其三角ノ和ハ定量ナリ。

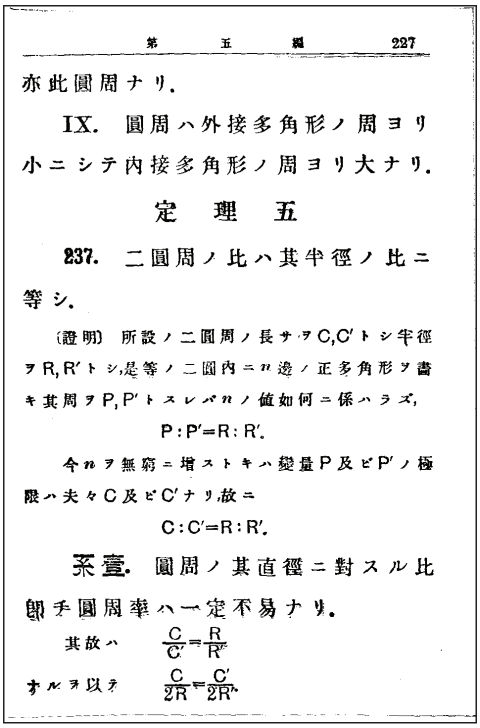
235. 定義. 變量ノ極限トハ或定量ニシテ其變量ノ價ヲ如何程ニテモ之ニ近迫セシムルコトヲ得ルモ決シテ之ニ等シカラシメ得ザルモノナリ.

例ヘバ正多角形ノ一角ハ邊數ヲ増加スルニ從ヒ如何程ニテモ平角ニ近接スト雖モ全ク是ニ等シクスルコトヲ得ズ,即チ正多角形ノ角ノ極限ハ平角ナリ.

236. 公理VII. 圓周ノ長サハ此圓ニ内接スル正多角形ノ邊數ヲ無限ニ増ストキ其周圍ノ近迫スベキ極限ナリ.

VIII. 圓ニ外接スル正多角形ノ邊數ヲ無限ニ増ストキ其周圍ノ極限モ

（図.4）


第五編　227

亦此圓周ナリ.

IX. 圓周ハ外接多角形ノ周ヨリ小ニシテ内接多角形ノ周ヨリ大ナリ.

定　理　五

237. 二圓周ノ比ハ其半徑ノ比ニ等シ.

〔證明〕所設ノ二圓周ノ長サヲC,C'トシ半徑ヲR,R'トシ,是等ノ二圓内ニn邊ノ正多角形ヲ書キ其周ヲP,P'トスレバnノ値如何ニ係ハラズ,

$$P:P'=R:R'.$$

今nヲ無窮ニ増ストキハ變量P及ビP'ノ極限ハ夫々C及ビC'ナリ,故ニ

$$C:C'=R:R'.$$

系壹. 圓周ノ其直徑ニ對スル比即チ圓周率ハ一定不易ナリ.

其故ハ　$\frac{C}{C'}=\frac{R}{R'}$

ナルヲ以テ　$\frac{C}{2R}=\frac{C'}{2R'}$.

（図.5）

定理五において、「二つの円周の比はそれらの半径の比に等しい」と述べ、定理五の系において、「円周のその直径に対する比（円周率）は一定不易である」と述べている。

(6)：林文庫邦書目録原稿その一、216番

林　鶴一「新式　實用幾何學教科書　全」
新式　實用數學教科叢書
大正元年十一月一日　印刷
大正元年十一月五日　發行
開成館
（「我國中等程度ノ實業學校用教科書」と序に記している）
116頁の　第二章　圓周率に以下の記述がある。

169. 公理. 圓周ハ外接正多角形ノ周ヨリ小ニシテ内接正多角形ノ周ヨリ大ナリ。

170. 系. 圓ノ内接正多角形ノ周ハ其邊數ヲ二倍スルニ從ツテ漸々増大シ、外接正多角形ノ周ハ其邊數ヲ二倍スルニ從ツテ漸々減少シ、孰レモ圓周ニ近迫ス。

171. 定義. 圓周ト其直徑トノ比ヲ圓周率ト稱シ、之ヲ示スニπヲ以テス。

(7)：林文庫邦書目録原稿その二、461番

黒田　稔「幾何學教科書［平面］」
大正５年10月30日　印刷
大正５年11月２日　初版發行
大正５年12月25日　訂正印刷
大正５年12月28日　訂正再販發行
培風館
第五章　比例　第六節　圓周率　294頁から295頁に以下の記述がある。

今弧ABノ中點ヲXトシ，XA，XBヲ結ブトキハ，XA，XBハ各内接正２n角形ノ一邊ニシテ，XA + XB＞AB．故ニ次ノ定理ヲ得。

$\boxed{\text{定理98}}$　圓ニ内接スル正多角形ノ邊數ヲ２倍ニスレバ周ハ大キクナル。

又前圖ニ於テXニ切線ヲ引キ，外接正多角形ノ二隣邊QP，QRトL，Mニ於テ交ラシム。然ルトキハLMハ外接正２n角形ノ一邊ニシテ，LM＜QL + QM．故ニ次ノ定理ヲ得。

定理99　圓ニ外接スル正多角形ノ邊數ヲ２倍ニスレバ周ハ小サクナル。

サテ直觀ニヨリテ明カナルガ如ク，外接正多角形ノ周及ビ内接正多角形ノ周ハ，邊數ヲ二倍スル毎ニ圓周ニ近ヅク。而シテ前ノ二定理ニヨレバ，コノ際前者ハ漸次減小シ，後者ハ漸次增大スルヲ以テ次ノ定理ヲ得。

定理100　(a)圓周ハ外接正多角形ノ周ヨリ小ニシテ，内接正多角形ノ周ヨリ大ナリ。(b)圓周ト外接正多角形ノ周又ハ内接正多角形ノ周トノ差ハ正多角形ノ邊數ヲ增加スルコトニヨリ何程ニテモ小ナラシムルコトヲ得。從ツテ正多角形ノ邊數ヲ無限ニ多クスルトキハ，ソノ周ハ終ニ圓周ト一致ス。

235　定理101　二ツノ圓周ノ比ハ，ソノ半徑ノ比ニ等シ。

更に、300頁には直径１の円に内接及び外接する正多角形の周の長さの表を示している。辺の数は６より始まり、辺数を二倍に増やしている（図.６）。

300　第二篇　第五章　比例

邊　數	内接正多角形ノ周	外接正多角形ノ周
6	3	3·4641016
12	3·1058285	3·2153903
24	3·1326286	3·1596599
48	3·1393502	3·1460862
96	3·1410320	3·1427146
192	3·1414525	3·1418731
384	3·1415576	3·1416628
768	3·1415839	3·1416102
1536	3·1415909	3·1415970

（図.６）

⑻：林文庫邦書目録原稿　その二、493番
國枝　元治「改訂　中學教育　數學教科書　平面幾何學」
大正二年十月二十七日　印刷
大正二年十月三十日　發行
大正七年十二月十一日　訂正再版印刷
大正七年十二月十四日　訂正再版發行
東京寶文館
250頁に菊池大麓⑶の表とほぼ同じ（半径が１の円を考えているので、辺数、内接形の半周、外接形の半周の表で辺数が一つ少ない）ものを示し、251頁は以下のようである（図.７）。

第五編　比例　251

212. 定義. 或條件ノ下ニ於テ恒ニ一定不變ノ値ヲ有スル量ヲ**定量**(又ハ**不變量**)ト云ヒ，種種ナル値ヲ取ルコトヲ得ル量ヲ**變量**ト云フ.

例ヘバ與ヘラレタル正方形ニ等シキ矩形ノ面積ハ定量ニシテ其ノ周ハ變量ナリ.

213. 定義. 或變量ノ値ガ或定量ヨリモ或ハ大或ハ小ニシテ且限ナク其ノ定量ニ接近スルトキハ其ノ定量ヲ其ノ變量ノ**極限**ト云フ

例ヘバ一ツノ圓ニ内接スル正多角形ノ周ハ恒ニ圓周ヨリモ小ナリ,而シテ邊ノ數ヲ限ナク增加スルトキハ其ノ周ハ限ナク圓周ニ接近ス.

又一ツノ圓ニ外接スル正多角形ノ周ハ恒ニ圓周ヨリモ大ナリ,而シテ邊ノ數ヲ限ナク增加スルトキハ其ノ周ハ限ナク圓周ニ接近ス.

故ニ圓周ハ其ノ圓ニ內接又ハ外接スル正多角形ノ周ノ極限ナリ.

（図.７）

本文中の一つの文として「一ツノ圓ニ外接スル正多角形ノ周ハ恒ニ圓周ヨリモ大ナリ」と記述し、最後に「圓周ハ其ノ圓ニ内接又ハ外接スル正多角形ノ周ノ極限ナリ.」と記述している。そして、252頁において、

214. **定理二十一**. 二ツノ圓周ノ比ハ其ノ半徑ノ比ニ等シ.
系１. 周ト其ノ直徑（又ハ半徑）トノ比ハ一定ナリ.
定義. 圓周ト其ノ直徑トノ比ヲ圓周率ト云フ.

という記述がある。

⑼：林文庫邦書目録原稿　その一、81番
林　鶴一「中等教育　幾何學教科書　平面之部」
大正二年十二月一日　印刷
大正二年十二月四日　發行
大正五年十二月廿五日　訂正三版印刷
大正五年十二月廿八日　訂正三版發行
大正十一年十二月廿日　修正四版印刷
大正十一年十二月廿三日　修正四版發行

東京開成館
第四章　圓ノ周及ビ面積　　の294頁に辺数、内接形の周、外接形の周の表（(３) で示した表と同様のもの) を示した後、295頁に以下の記述がある。

202. **公理七。**圓周ハ外接多角形ノ周ヨリ小ナリ。而シテ圓周ノ長サハ、此圓ニ内接スル正多角形ノ周ト、外接スル正多角形ノ周トノ間ニアリ、而シテ其邊數ヲ限リナク增ストキハ、何レモ其圓周ニ限リナク近迫ス。

203. **定理**　二圓周ノ比ハ其半徑ノ比ニ等シ。

⑾：林文庫邦書目録原稿その一、194番
林　鶴一「新制平面幾何教科書」
昭和四年九月七日　初版印刷
昭和四年九月十日　初版發行
東京開成館
220頁に直径１の円に内接・外接する正方形、正八角形の一辺の長さが算出でき、順次に正十六角形、正三十二角形等の一辺の長さを計算できるから、次を得ると述べて辺数、内接形の周、外接形の周の表を示している。そして、221頁の後半から222頁に以下のように記述している（波線は原文に従っている)。

91. **圓ノ周**
圓ノ周ハ之ニ内接スル多角形ノ周ヨリ大デ、外接スル多角形ノ周ヨリ小デアル。然ルニ前節ノ表ニ於テ見ルヤウニ、圓ニ内接スル多角形ノ周ハ其ノ邊數ノ增スニ從ツテ次第ニ增シ、外接スル多角形ノ周ハ其ノ邊數ヲ增スニ從ツテ次第ニ減ジテ双方互ニ近ヅクコトヲ見ル。故ニ此等ノ多角形ノ邊數ヲ限リナク增ストキハ其ノ周ハ限リナク近ヅキ、從ツテ圓ノ周ニ限リナク近ヅク。

公理と明示していないことに注目しなければならない。

⑽：林文庫邦書目録原稿その一、154番
林　鶴一「初等　幾何學教科書」
大正十年二月二十日　印刷
大正十年二月廿三日　發行
大正十五年二月五日　修正再版發行
昭和五年十一月廿七日　修正三版印刷
昭和五年十一月三十日　修正三版發行
東京開成館
（その一、151番の大正十五年の修正再版の序において、「初等實用幾何學教科書」を時勢の進運に伴って修正を加え「初等幾何學教科書」と改題し、めーとる法を採用した、と述べている。)
第八章　圓　においては円周の長さ、円弧の長さについての記述はない。第九章　正多角形　においては「48. 内接及ビ外接正多角形。」の項では内接正多角形と外接正多角形の定義を述べ、「50. 圓周率。」の項で

圓周ノ長サト直徑ノ長サトノ比ヲ圓周率トイヒ、圓ノ大小ニ關ラズ一定デアル.

の記述がある。そして、その後の問題12問の内の８番目の問題は「半径１米の円に内接する正六角形の周及び外接する正方形の周の長さを算出せよ。」である。
第十章面積において「57. 圓ノ面積」の項で

圓周ハ邊ノ數ガ非常ニ多イ正多角形ト見做スコトガ出來ル。コノヤウニ考ヘレバ、正多角形ノ周ハ圓周ニ相當シ、中心カラ邊マデノ距離ハ圓ノ半徑ニ相當スル。故ニ次ノ定理ガ得ラレル。
定理33. 圓ノ面積ハソノ周ニ半徑ヲ乘ジタルモノノ二分ノ一ニ等シイ。

と記述し、すぐ後の行に以下（図.８）のような記述

$$
\begin{aligned}
\text{依テ}\qquad \text{圓ノ面積} &= \frac{1}{2}\times\text{半徑}\times\text{圓周}\\
&= \frac{1}{2}\times\text{半徑}\times\text{直徑}\times\pi\\
&= \text{半徑}^2\times\pi\\
\text{隨テ}\qquad \text{扇形ノ面積} &= \frac{1}{2}\times\text{半徑}\times\text{弧}
\end{aligned}
$$

（図.８）

がある。すなわち、円周は「直径かける円周率」であると示している。

資料紹介の最後に、数学教育講座で保管している林鶴一の蔵書で「林と印刷された赤ラベル」の無い（「林文庫邦書目録　原稿」に記載されていない書籍）のうち、次のものを紹介する。

林　鶴一「中等教育幾何教科書［基本］」
昭和六年十月三十日　初版印刷
昭和六年十一月三日　初版發行
昭和六年十二月十五日　訂正再販印刷
昭和六年十二月廿日　訂正再販發行
昭和十年十月二十六日　修正三版印刷
昭和十年十月三十日　修正三版發行
東京開成館
238頁～246頁は「第五篇　圓ノ周ト面積」である。238頁は「**115. 正多角形ノ周**」から始まり、円に内接する正多角形の一辺の長さと同じ円に内接し２倍の辺数の正多角形の一辺の長さとの関係式（定理七十六）を示し、半径ｒの円に内接及び外接する同じ辺数の正多角形に一辺の長さの関係式（定理七十七）を示し、直径１の円に対する内接形の周と外接形の周の表を示している。そして、「**116. 圓ノ周**」は以下のような記述である。

圓ノ周ハ之ニ内接スル多角形ノ周ヨリモ大デ、外接スル多角形ノ周ヨリハ小デアル。然ルニ前節ノ表ニ於テ見ルヤウニ、圓ニ内接スル多角形ノ周ハ其ノ邊數ノ增スニ從ツテ次第ニ增シ、外接スル多角形ノ周ハ其ノ邊數ノ增スニ從ツテ次第ニ減ジテ双方相近ヅク。故ニ此等ノ多角形ノ邊數ヲ限リナク增ストキハ其ノ周ハ限リナク近ヅキ、從ツテ双方共圓ノ周ニ限リナク近ヅク。
又同邊數ノ正多角形ノ周ハ其ノ外接圓又ハ内接圓ノ半徑ノ比ニ等シイ。

この前半は⑼の表現とほぼ一致していて、「公理」としては示していない。

３．「円周の長さ」の取り扱い

前項２．資料紹介で示された書籍（特に、林鶴一が関わった）で記述されている「公理」は、幾何学の公理、例えば平行線公理等とは異なり、その書籍内での約束事と理解すべきことである。すなわち、より高い水準の数学においては証明できる事柄であるが、この書籍のこれまでに記述された事柄からは証明が難しいか、証明できない内容であるから「成り立つこととして認めることにする」という意味であると理解すべきである。実業学校用の教科書では公理という表記がされていないことからも、そのように考えることが妥当だと思う。更に注目することは、昭和の時代に入ると林鶴一が関わる教科書からも「公理」の文字が消えてきていることである。円周とその円に内接及び外接する正多角形の周の長さの大小関係は通常の文の中に取り込まれているのである。大正期に出版された黒田稔と國枝元治の教科書（前項の⑺と⑻の資料）では、定理や通常の一文として記述されている。國枝元治の教科書⑻には林鶴一のメモ書きがいたるところに挿し込まれていた。林鶴一編著の教科書と他の教科書との関連、特に中学校教授要目の改正との関連について、我々の調査は十分に行われていないことを断っておく。

昭和二十五年八月文部省検定済の中学校第二学年教科書（彌永（1951））の52頁～56頁（Ⅲ円の周囲と面積　2　円の周囲）には、直径８cmの円に内接する正方形（円周を４等分に区分する）、正八角形（円周を８等分に区分する）、正十六角形（円周を16等分に区分する）のそれぞれの１辺の長さをものさしで測る作業をしている。そして、正方形の１辺の長さは約5.7cmであるから「円の周囲の長さは、大体5.7cm×４＝22.8cmとなる。」と記述し、下の（図.９）の表を示している。

区　分	4	8	16
周囲の長さ	22.8 cm	24.8 cm	24.9 cm

（図.９）

この表より、直径８cmの円の「円周は25cmであると考えて大差がない。」としている。
そして、54頁に
「一般に
“どんな円でもその周囲は直径の約3.14倍になっている。”ということがむかしから知られている。すなわち円周と直径との比に値は一定で、これは**円周率**とよばれている。従って

円周率＝円周÷直径

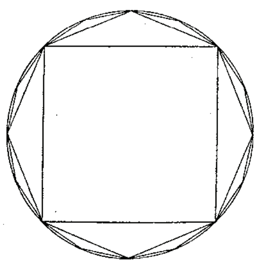
である。
円周率の近似値として3.14を用いているが、これをくわしくいえば3.14より大きく、3.15よりは小さい。」と記述されている。

また、昭和二十七年七月文部省検定済の中学校第二学年教科書（彌永（1954））の８頁～９頁（第五単元

形と大きさＩいろいろな形とその面積 4 円の周の長さ）には（図.10）ように直径10cm の円についての記述がある。

§ 4 円の周の長さ

三角形，四角形などは，直線で囲まれた図形であるから，容易にその周の長さを測ることができる。しかし，円の周のような曲線の長さはどうして測ればよいであろうか。



左の図には，円の中に正方形，正八角形，正十六角形がかいてある。

直径 10 cm の円の中にはいる正方形，正八角形，正十六角形，正三十二角形の周の長さはくわしい計算によると，次の表のようになる。

第 5・16 図

	正方形	正八角形	正十六角形	正三十二角形
周の長さ	28.28 cm	30.61 cm	31.21 cm	31.37 cm

— 8 —

（図.10）

これに続く９頁では、

「正三十二角形ぐらいになると、その周と円周との差はほとんどないといってもよい。従って、この円周の長さは約31.4cmであるとみられる。」

と記述している。そして（図.11）のような記述が続いている。

一般に，

円周の長さは直径の約 3.14 倍である。

すなわち，円周と直径の比の値は約 3.14 という一定の値で，これは**円周率**とよばれている。円周率を π という文字で表わすこともある。π はギリシア文字で“パイ”と読む。

従って，

円周＝円周率×直径＝２×円周率×半径
円周の長さを c，直径を d，半径を r とすれば，
$$c=\pi d=2\pi r$$

円周率の値のもっとくわしい近似値は 3.1416 であるが，普通の計算では，3.14 または $\frac{22}{7}$ を使えばよい。

（図.11）

すなわち、実測をし、それらの資料をもとにして直径に対する円周の長さの比が一定値であることを推測させている。そして「一般に、円周の長さは直径の約3.14倍である。」と結論を一気に述べているのである。

これらの教科書においては、円に外接する正多角形の周の長さの記述はない。この点においても、竹之内の指摘は意味あることである。

現在、小学校算数において、幾つかの円について、直径と円周を測定し、どんな大きさの円についても、円周の直径に対する割合は一定であり、それを円周率といい、その値を3.14としている。中学校数学においては、円周率の値をギリシャ文字のパイで表すことを述べ、円周の長さを文字「パイ」とその円の半径を表す文字を用いて表すのみである。すなわち、多くの中学校において、小学校で「円周は直径（半径の２倍）かける円周率」と教わったことを確認し、改めて円周の直径に対する比の値を学習する機会を設定することはほとんどないと思われる。高等学校でも大学でも「円周は、中学校で学習したように、２かける半径かける円周率」と繰り返すのがほとんどであろう。各学習段階でその段階に応じた方法で「どんな円についても、円周の直径に対する割合は一定である」ことを確認・証明されないことは残念なことである。

４．おわりに

林鶴一が「円周の長さがその円に外接する正多角形の周の長さよりも小さい」ことを「認めること」、「仮定すること」とする立場をとったことを、現在の中学校数学（もちろん、高等学校数学）の実際の授業場面に生かすことは可能であろうと思われる。数学としての証明は大学教育の場面に委ねることとし、「仮定」の下である事実を確認し、示してゆく作業は「数学的活動」の視点からも大切なことである。

我々は、中学校学習指導要領（平成20年３月告示）に沿った学習指導案の一部として、「２．資料紹介」で示された（図.１）の右下の図と（図.２，３，６）の表を用いた指導案の作成を検討した。その結果、第一学年「Ｄ資料の活用」において（図.２）の表を用いた指導が可能であること、第一学年から第三学年までの「Ｂ図形」において（図.１）の右下の図を用いた図形の移動、三角形の合同・相似、三平方の定理等に関わる指導が可能であることを確認した。これら指導案作成は「林文庫邦書目録原稿」資料の調査から示唆を得たものである。具体的な個々の指導案等は後日発表したい（「円周の長さについて(II)」）と考えている。

「円周の長さが外接多角形の周の長さより小である」ことを数学の立場で証明するには、現在の教育内容からは、大学の「微分積分学」の履修時において可能であろう。すなわち、三角関数の極限値に関わる公

式「(sinx) /x→１ (x→０)」の図や直感に依存する「証明」は「円周の長さが外接多角形の周の長さより小である」を仮定している。よって、図や直感に依らない証明を試みようとしたとき、「円周の長さが外接多角形の周の長さより小である」は証明すべきことであることに気づくのである。具体的な証明については、例えば、杉浦（1987)、一松（2003)、三浦・石川（2007）を参照することを薦める。

注

（注１）原文は「事（こと)」の省略片仮字を用いているが、本論では「コト」と表記する。
（注２）原文は片仮名「トモ」の合字を用いているが、本論では「トモ」と表記する。

本研究は科研費（19500717）の助成を受けたものである。

参考文献

・彌永昌吉監修（1951)：新しい数学中学二年上、東京書籍.
・彌永昌吉監修（1954)：改訂新しい数学中学二年下、東京書籍.
・杉浦光夫（1987)：基礎数学３ 解析入門II（1985年初版発行、第２刷)、東京大学出版会.
・清野耕治（1915)：初等数学叢書21 幾何学 正多角形及円、大倉書店.
・竹之内脩（2008)：和算における円周率、数理科学、542、24－28.
・一松信（2003)：微分積分学入門第一課（1089年初版発行、初版第12刷発行)、近代科学社
・三浦康秀・石川洋一郎（2007)：弧の長さを用いた $\theta <\tan\theta$（$0<\pi/2$）の証明に関する考察～三角関数の微分法の導入について～、数学教育研究（大阪教育大学数学教室）37、59－62.
・萬伸介・森岡正臣（2001)：「林文庫邦書目録原稿」(その１)、数学教育史研究１、35－40.
・萬伸介・森岡正臣（2002)：「林文庫邦書目録原稿」(その２)、数学教育史研究２、37－40.
・萬伸介・森岡正臣（2003)：「林文庫邦書目録原稿」(その３)、数学教育史研究３、36－41.

(平成20年９月29日受理)