電気自動車用電子式アクセルの電気・機械特性の数値解析

*草　野　清　信

Numerical Analysis of the Electromechanical Characteristics of an Electronic Accelerator for an Electric Vehicle

KUSANO Kiyonobu

Abstract

In this paper, electromechanical characteristics of an electronic accelerator circuit for an electric vehicle have been clarified in the numerical analysis. For this purpose, the problem is formulated according to the idea that the electric vehicle is an electromechanical interaction system. The iterate approach is applied to this result, and one numerical analysis procedure is proposed. From this numerical analysis results, we have made clear that there is a linear relation between the time ratio and the steady state velocity in this accelerator circuit. This means that the steady state velocity of the electric vehicle can be excellently controlled by adjusting the time ratio. As a result, it has been proven that this accelerator circuit is practicable one.

Key words： Electric vehicle（電気自動車）
Electromechanical interaction system（電気機械相互作用系）
Electronic accelerator（電子式アクセル）
Velocity control（速度制御）
Numerical analysis（数値解析）

１．はじめに

ソーラーカーを含めた電気自動車の研究は多数存在する[1)−10)]。これら研究は車体の製作を中心とするもの[1)−5)]とモータの制御を中心とするもの[6)−10)]に大別できる。前者での関心は機械系統が中心となり、電気系統は駆動力の発生源としてのみ注意が払われる。後者では電気系統が関心の中心である。ここでは機械系統はトルクを代表パラメータとして取り上げられ、電気信号に変換されたトルクが電気系統の指令値として取り扱われる。いずれの場合も電気系統と機械系統はそれぞれの外力として取り扱われており、一体で取り扱われることはない。

本来、電気自動車は機械系統と電気系統の相互作用系である。速度の変化は回路電流に影響を及ぼし、回路電流の変化は速度に影響を与える。著者はこの観点から電気自動車の研究を進めている[11), 12)]。

電気自動車にとって、エネルギー回生と速度制御は重要な研究テーマである。下り坂で獲得する運動エネルギーを蓄電池に回生することができれば、それを上り坂で利用することができ、エネルギーを有効に利用できる。また、速度を自由に制御できれば操作性がよくなるばかりでなく、安全運転上も好ましくなる。本論文は速度制御に焦点をあて、それを受け持つ電子式アクセルを取り上げる。アクセルを電気・機械相互作用系として定式化を行い、解析を進める。

＊ 技術教育講座

2．電子式アクセル・ブレーキ回路

エネルギー回生と速度制御を同時にかなえてくれるものが図１に示す回路である[10), 13), 14)]。これはアクセルとブレーキを一体で構成しており、アクセル用スイッチとブレーキ用スイッチの何れか一方をスイッチングすることによってその機能を発揮する。両者を同時にスイッチングすることは通常はないようである。アクセル用スイッチがスイッチングされると、この回路はアクセルとして機能し、速度の制御が行われる。また、ブレーキ用スイッチがスイッチングされるとブレーキとして機能するのである。

R_C は電源の内部抵抗や配線のアクセル側合成抵抗値である。R_M は鉄損や銅損などを含めたモータの巻線抵抗である。L は、本電気自動車が永久磁石界磁型直流モータを採用していることから、回転子（アーマチュア）の巻き線のインダクタンスである。場合によっては、外部に意図的にインダクタンスを直列に接続することがあるが、その場合は両者の合成インダクタンスである。R_L はそのときのコイルの内部抵抗である。

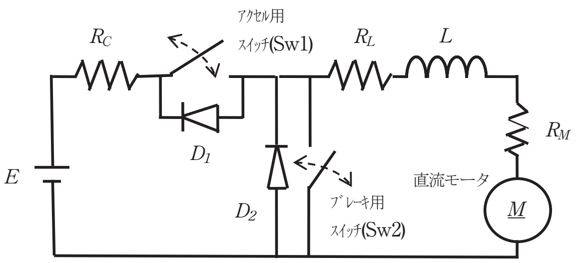


図１　電気自動車用の電子式アクセル・ブレーキ回路

3．運動・回路方程式

電気自動車は電気系統と機械系統の相互作用の系であり、かなり複雑である。まず、アクセルを電気系統から見ることにする。続いて、機械系統から見る。

3－1　電気系統から見た運動・回路方程式

ブレーキ用スイッチの機能を停止したままの状態で（Sw2 を非導通にしておく）、アクセル用スイッチをスイッチングする。このとき、図１の回路は図２の回路と等価になる。これは降圧形スイッチング電源にモータが接続されている状態の回路である[15)]。スイッチ Sw1 を操作して電流の導通期間を調整すれば、すなわち、時比率を調整することによって、電源電圧より低い任意の電圧がモータに印加できる。これによってモータの回転数を制御するのである。

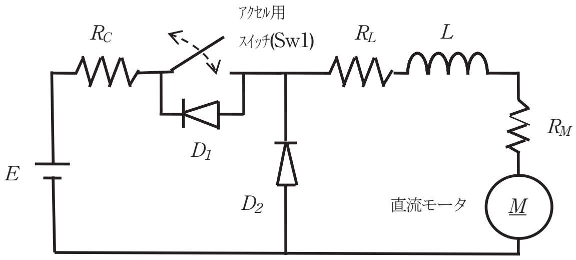


図２　アクセル回路

この回路はスイッチ Sw1 が導通の時と非導通の時では異なった等価回路となる。それらは図３に示す通りである。

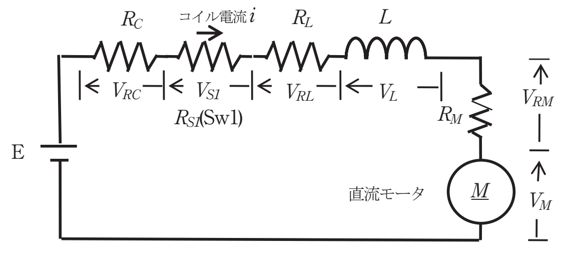
⑴　スイッチSw1が導通のとき

記号は図３⒜中に説明してあるが、回路方程式を示す。

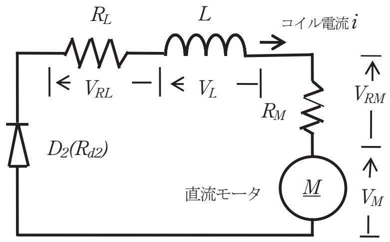
$$E = V_{RC} + V_{S1} + V_{RL} + V_L + V_{RM} + V_M \qquad (1)$$

ここで、

$$V_{RC} = R_C i,\quad V_{S1} = R_{S1} i,\quad V_{RL} = R_L i,\quad V_{RM} = R_M i,$$
$$V_L = L di/dt \qquad (2)$$



⒜　スイッチSw1 が導通のとき



⒝　スイッチSw1 が非導通のとき

図３　アクセル回路の等価回路

式中の i はコイル電流である。そして、モータは回転数に比例した起電力 V_M を発生している。それは次の大きさである。

$$V_M = E(\lambda(v/r)\omega_0) \tag{3}$$

式中のパラメータは次の通りである。

E：電源電圧，ω_0：無負荷回転角周波数
λ：総変速比，r：駆動輪の半径，
v：電気自動車の速度

式(3)の説明をおこなう。永久磁石界磁型直流モータは発電機でもあり、回転角周波数に比例した起電力を発生する。無負荷回転角周波数ω_0のときの起電力は電源電圧と同じ E ボルトを発生する。(v/r) は駆動輪１秒間の回転角であるので、$\lambda(v/r)$ はモータの回転角周波数となる。したがって、($\lambda(v/r)/\omega_0$) はモータ軸の回転角周波数の無負荷回転角周波数に対する割合となる。それゆえ、($\lambda(v/r)/\omega_0)E$ はモータが発生している起電力となる。

式(2)と式(3)を式(1)に代入すると次の式が得られる。

$$E = (R_C + R_{S1} + R_L + R_M)i + Ldi/dt + (E/\omega_0)(\lambda/r)v \tag{4}$$

これが電気系統から見たスイッチ Sw1導通時の運動・回路方程式である。$(E/\omega_0)(\lambda/r)v$ が機械系統との相互作用を表している。

(2)　スイッチSw1 が非導通のとき

このときは抵抗R_Cと起電力Eはなく、R_{d2}（ダイオード D_2の順方向抵抗値）が加わるので、運動・回路方程式は

$$0 = (R_L + R_M + R_{d2})i + Ldi/dt + (E/\omega_0)(\lambda/r)v \tag{5}$$

となる。これが電気系統から見たスイッチSw1非導通時の運動・回路方程式である。

３－２　機械系統から見た運動・回路方程式

図４中に示す電気自動車を機械系統から見たときの運動方程式は次のようになることは文献11）と文献12）で明らかにした。

$$M_e(dv/dt) = \eta F_e - (R_S + R_f + R_a) \tag{6}$$

η は１以下の値を取る動力伝達効率であり、M_e は電気自動車の有効質量、R_s、R_f および R_a はそれぞれ勾配抵抗、転がり抵抗そして空気抵抗である。ここで、

$R_S = mgsin(\theta)$，$R_f = \mu\, mgcos(\theta)$，
$R_a = C_d \rho A v_a^2/2$，
$M_e = m + (I_e + I_f)(\lambda/r)^2$，
I_e：モータの慣性モーメント，
I_f：ギアボックスを含めた負荷系の慣性モーメント
m：質量，g：重力加速度、θ：坂の勾配角
μ：転がり抵抗係数，C_d：空気抵抗係数、
ρ：空気の密度，
A：電気自動車の正面投影面積，
v_a：電気自動車の対空気速度　(7)

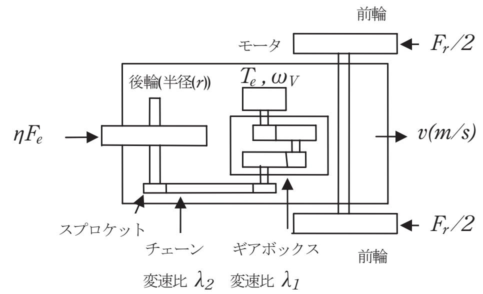


図４　考察の対象である電気自動車

図４では、それらはF_rとしてまとめて表現されている。ηF_e は駆動力であるが、モータが発生する動力の η 倍が駆動力として電気自動車に伝達される。F_eはコイル電流iに比例するので、次のように表現できる。

$$F_e = T_0(\lambda/r)(i/I_0) \tag{8}$$

T_0はモータ固有の起動トルクであり、そのときに流れるコイル電流値は I_0である。そして I_0は、モータの巻き線抵抗をR_Mとして、次のように定義してある。

$$I_0 = E/R_M \tag{9}$$

式(8)に $i = I_0$を課せば F_e は $T_0(\lambda/r)$となることは明らかである。

式(8)を式(6)に代入すれば、電気自動車の運動方程式は次のように書きかえられる。

$$M_e(dv/dt) = \eta T_0(\lambda/r)(i/I_0) - (R_S + R_f + R_a) \tag{10}$$

これが機械系統から見た運動・回路方程式である。$\eta T_0(\lambda/r)(i/I_0)$ が電気系統との相互作用を示す項である。

３－３　運動・回路方程式

したがって、運動・回路方程式は次のようにまとめることができる。これは連立一次微分方程式であるので、解を見出すことができる。

⑴　Sw1 が導通のとき

$$E=(R_C+R_{S1}+R_L+R_M)i+Ldi/dt+(E/\omega_0)(\lambda/r)v$$

$$M_e(dv/dt)=\eta T_0(\lambda/r)(i/I_0)-(R_S+R_f+R_a) \quad (11)$$

⑵　Sw1が非導通とき

$$0=(R_{d2}+R_L+R_M)i+Ldi/dt+(E/\omega_0)(\lambda/r)v$$

$$M_e(dv/dt)=\eta T_0(\lambda/r)(i/I_0)-(R_S+R_f+R_a) \quad (12)$$

これがもっとも一般的な運動・回路方程式であるが、本論文では空気抵抗 R_a は無視しているので、次のようになる。

⑴　Sw1 が導通のとき

$$E=(R_C+R_{S1}+R_L+R_M)i+Ldi/dt+(E/\omega_0)(\lambda/r)v$$

$$M_e(dv/dt)=\eta T_0(\lambda/r)(i/I_0)-mg(\mu cos(\theta)+sin(\theta)) \quad (13)$$

⑵　Sw1が非導通とき

$$0=(R_{d2}+R_L+R_M)i+Ldi/dt+(E/\omega_0)(\lambda/r)v$$

$$M_e(dv/dt)=\eta T_0(\lambda/r)(i/I_0)-mg(\mu cos(\theta)+sin(\theta)) \quad (14)$$

これが本論文で取り扱う運動・回路方程式であり、速度 v と電流 i に関する連立一次微分方程式である。

4．運動・回路方程式の解

前節で対象とすべき運動・回路方程式は式⒀と式⒁であることが明らかになった。本節ではそれらの解を明らかにする。いずれの解も長くて注意深い計算を要する。解の形は４つの場合に分けることができるが、その１つを以下に示す。

⑴　Sw1 が導通のとき（$0\leqq t\leqq T_1$）

$$I(t)=T_{ratio}+(I(0)-T_{ratio})\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)-\{2V(0)-2+R_{ratio1}(I(0)\times T_{ratio})\}\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)/\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}$$

$$V(t)=1-R_{ratio1}T_{ratio}+(V(0)-1+R_{ratio1}T_{ratio})\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)+\{R_{ratio1}(V(0)-1+R_{ratio1}T_{ratio})+XY(I(0)-T_{ratio})/2\}\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cdot\sinh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)/\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY} \quad (15)$$

但し、各記号は次のように正規化してある。

$$I(t)=i(t)/I_0,\quad V(t)=v(t)(\omega_0 r/\lambda),$$

$$I(0)=i(0)/I_0,\quad V(0)=v(0)(\omega_0 r/\lambda) \quad (16)$$

ここで、$i(0)$ と $v(0)$ は、それぞれ、スイッチの導通開始時点のコイル電流と電気自動車の速度である。これ以外の記号は次の通りである。

$T_{ratio}=(mgr/(\lambda\eta T_0))(\mu cos(\theta)+sin(\theta))$,

$R_{ratio1}=(R_C+R_{S1}+R_L+R_M)/R_M$

$X=2/(f\tau)$

$Y=2fL/R_M$

$\tau=(M_e/\eta)(\omega_0/T_0)(r/\lambda)^2$：時定数

$t_0=1/f$：スイッチング周期

f：スイッチング周波数

T_1：導通期間　(17)

さらに、時比率Dを次のように定義する。

$$D=T_1/t_0 \quad (18)$$

⑵　Sw1 が非導通のとき（$0\leqq t\leqq T_2$）

$$I(t)=T_{ratio}+(I(0)-T_{ratio})\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)-\{2V(0)+R_{ratio2}(I(0)+T_{ratio})\}\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)/\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}$$

$$V(t)=-R_{ratio2}T_{ratio}+(V(0)+R_{ratio2}T_{ratio})\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)+\{R_{ratio2}(V(0)+R_{ratio2}T_{ratio})+XY(I(0)-T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cdot\sinh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)/\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY} \quad (19)$$

ただし、各記号は次のように正規化してある。

$$I(t)=i(t)/I_0,\quad V(t)=v(t)(\omega_0 r/\lambda),$$

$$I(0)=i(0)/I_0,\quad V(0)=v(0)(\omega_0 r/\lambda) \quad (20)$$

ここで、$i(0)$ と $v(0)$ は、それぞれ、スイッチの非導通開始時点のコイル電流と電気自動車の速度である。さらに、新出の記号は次の通りである。

T_2：非導通期間（$=t_0-T_1$）

$$R_{ratio2}=(R_L+R_M+R_{d2})/R_M \quad (21)$$

式⒂と式⒆に示す解はその形から明らかであるが、X と Y の積が次の範囲にある場合に対応している。

$$0<XY<\min\{R_{ratio1}{}^2,\ R_{ratio2}{}^2\} \quad (22)$$

つまり、XY が $R_{ratio1}{}^2$ と $R_{ratio2}{}^2$ のいずれよりも小さい範囲では上記のような解の形となる。

なお、三角関数と双曲線関数の分布の在り方は付録Aに示した。また、上記以外の３つの場合の解の形は付録Bに掲げた。

５．数値計算手順

ここではコイル電流 i と速度 v の数値計算手順を明らかにする。それは、導通期間の最後のコイル電流と速度の値が次の非導通期間の初期値とすること、非導通期間の最後のコイル電流と速度の値が次の導通期間の初期値とすること、というものである。いわゆる繰り返し法である。

コイル電流の導通期間と非導通期間のいずれにも、コイル電流の極値と速度の極値が存在し得る。各極値の位置および大きさを決定するためにはコイル電流と速度の時間微分が必要になる。付録Cにはそれらの形を掲げてある。これら結果をもとにすると、極値の位置は付録Dに示すように決められる。さらに、トランジスタが非導通であるとき、ダイオード D_2 に流れるコイル電流値（i/I_0）が、付録Ｅに示すように、ゼロになることがある。ダイオードは逆方向の電流を流さないため、これ以降、つぎの導通期間まで、コイル電流はゼロの値を保つ。

これら諸事実を考慮に入れて数値計算用プログラムを作成する。作成された数値計算用プログラムを使用して得られた数値計算例を図５に示す。計算条件は表１の通りである。これらから計算に必要なパラメータが次のように得られる。

$$X = 0.2990,\quad Y = 4,\quad D = 0.5,$$

$$R_{ratio1} = R_{ratio2} = 1,\quad T_{ratio} = 0.07191$$

この数値条件では電流と速度の理論式は付録Bの〔Ⅲ〕に示すものとなるのでそれらを使用する。

図５から、コイル電流が導通時に増加し、非導通時に減少している様子が分かる。そして、起動時に急激な増加を示すが、やがて減少して定常値に達することも分かる。速度は非導通時にも減少することなく増加し続ける。図５からは分からないが、速度は定常値に達する付近から導通時には減少し、非導通時には増加する。

表１　数値計算条件１

T_0=15(N・m), ω_0=365.5(rad/s), g=9.8(m/s^2),
m=130(kg), r=0.254(m), λ=15, η=1,
I_e + I_f=0.1(kg・m^2), $\mu cos(\theta) + sin(\theta)$=0.05,
R_C+R_{S1}+R_L+R_M=0.1(Ω), R_L+R_M+R_{d2}=0.1(Ω),
R_M=0.1(Ω), L=0.1(H), T_1= T_2=0.25(s),
f=2(Hz), E=24(V)

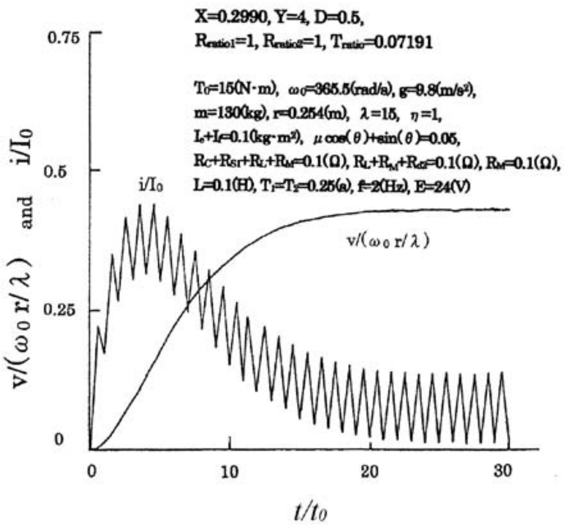


図５　電気自動車の速度・電流の過渡特性の一例

６．下り坂でのアクセルの理論

下り坂に差し掛かると速度が増加して、モータの起電力が電源電圧 E より大きくなる場合が生じる。このとき、図２のSw1は機能を失い、ダイオード D_1 が導通路としての機能を発揮し始める。コイル電流は図３(a)のそれとは反対の方向に流れ出し、スイッチSw1で断続されることなく、流れ続ける。この状態での等価回路は図６に示してあるが、モータは発電機として機能して、位置エネルギーを電源 E に回生させるブレーキとして機能する。これは下り坂で起こる現象である。本節ではこの現象下でのアクセルの働きを理論的に解明する。

このときの運動・回路方程式は、式(13)の電流 i を $-i$ で置き換え、さらに、ダイオード D_1 の順方向抵抗 R_{d1} による電圧降下を加えて、次のようになる。

$$E = -(R_C + R_{d1} + R_L + R_M)i - Ldi/dt + (E/\omega_0)(\lambda/r)v$$

$$M_e dv/dt = -\eta T_0(\lambda/r)(i/I_0)$$

$$-mg(\mu cos(\theta)+sin(\theta)) \tag{23}$$

その解は、式⒂において $I(t)$ と $I(0)$ をそれぞれ $-I(t)$ と $-I(0)$ で置き換え、次のようになる。

$$I(t)=-T_{ratio}+(I(0)+T_{ratio})\exp-(R_{ratio3}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio3}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$-\{2V(0)-2-R_{ratio3}(I(0)-T_{ratio})\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio3}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio3}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$/\sqrt{R_{ratio3}{}^2-XY}$$
$$V(t)=1-R_{ratio3}T_{ratio}$$
$$+(V(0)-1+R_{ratio3}T_{ratio})\exp(-R_{ratio3}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio3}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$+\{R_{ratio3}(V(0)-1+R_{ratio3}T_{ratio})$$
$$-XY(I(0)\times T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio3}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\sinh(\sqrt{R_{ratio3}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)/\sqrt{R_{ratio3}{}^2-XY} \tag{24}$$

ただし、各記号は次のように正規化してある。

$$I(t)=i(t)/I_0,\quad V(t)=v(t)(\omega_0 r/\lambda),$$
$$I(0)=i(0)/I_0,\quad V(0)=v(0)(\omega_0 r/\lambda) \tag{25}$$

ここで、$i(0)$ と $v(0)$ は、それぞれ、エネルギー回生開始時点のコイル電流と電気自動車の速度である。新出の記号は次の通りである。

$$R_{ratio3}=(R_C+R_{d1}+R_L+R_M)/R_M \tag{26}$$

式⒁から、電流と速度の定常値である I_{ST} と V_{ST} が、$t\to\infty$ と置くことによって、次のように得られる。すなわち、

$$I_{ST}=-T_{ratio},\quad V_{ST}=1-R_{ratio3}T_{ratio} \tag{27}$$

実電流 i_{ST} と実速度 v_{ST} は上式を換算して

$$i_{ST}=-I_0T_{ratio}$$
$$=-(E/R_M)(mgr/(\lambda\eta T_0))(\mu cos(\theta)+sin(\theta))$$
$$v_{ST}=V_{ST}(\omega_0 r/\lambda)$$
$$=[1-(mgr/\lambda\eta T_0))(1+(R_C+R_L+R_{d1})/R_M)$$
$$\times(\mu cos(\theta)+sin(\theta))](\omega_0 r/\lambda) \tag{28}$$

となる。下り坂で T_{ratio} は負の値をとるので、これを -0.05 であるとすれば、

$$I_{ST}=0.05,\quad V_{ST}=1+0.05R_{ratio3}$$

となる。電気自動車は（$\omega_0 r/\lambda$）の（$1+0.05R_{ratio3}$）倍の速度で坂を下り、そして、起動電流 I_0 の５％のコイル電流が流れてエネルギー回生がおこなわれる。アクセルと同じ図面上にこの回生電流（コイル電流）を書き込むとすれば、流れる方向が反対であるので、負の値になることに注意しなければならない。

ここで数値計算結果を図７に示す。計算条件は表２の通りである。

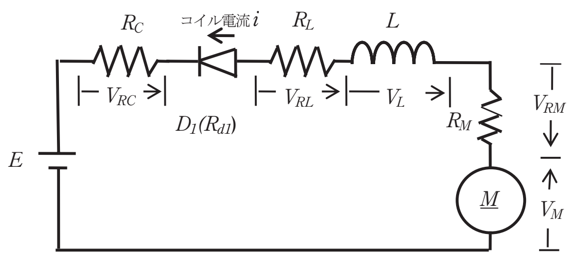


図６　下り坂でのアクセル回路

表２　数値計算条件２

T_0=15(N・m), ω_0=365.5(rad/s), g=9.8(m/s^2)
m=130(kg), r=0.254(m), λ=15, η=1,
I_e+I_f=0.1(kg・m^2), $\mu cos(\theta)+sin(\theta)$
=−0.05562
$R_C+R_{S1}+R_L+R_M$=0.1(Ω), $R_C+R_{d1}+R_L+R_M$
=0.1(Ω),
$R_L+R_M+R_{d2}$=0.1(Ω), R_M=0.1(Ω), L=0.1(mH),
$T_1=T_2$=0.25(ms), f=1000(Hz), E=24(V)

表２から計算に必要なパラメータが次のように得られる。

$$X=5.97915\times10^{-4},\quad Y=2,\quad D=0.5,$$
$$R_{ratio1}=R_{ratio2}=R_{ratio3}=1,\quad T_{ratio}=-0.08$$

この電気自動車のアクセルは下り坂を降り始めて約20秒間は機能するが、それ以後はそれを失い、モータは発電機として機能してエネルギー回生をおこなうことが、図７からわかる。最終速度は1.08（$\omega_0 r/\lambda$）＝6.68（m/s）（＝24.0（km/h））、回生電流（コイル電流）は $0.08I_0$＝19.2（A）である。

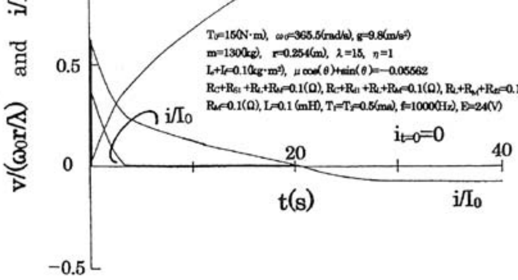


図７　坂道を下る電気自動車の速度とコイル電流

7．時比率と速度との関係

図２に示すアクセル回路の制御特性を次に明らかにする。これが本論文の中心的な課題である。

そこで、表３に示す現実的な数値条件を図２のアクセル回路に課す。

表３　数値計算条件３

T_0=15(N・m), ω_0=365.5(rad/s), g=9.8(m/s^2), m=130(kg), r=0.254(m), λ=15, η =1, $I_e=I_f$=0.05(kg・m^2), $\mu cos(\theta)+sin(\theta)$=0.05, $R_C+R_{S1}+R_L+R_M$=0.11(Ω), $R_L+R_M+R_{d2}$=0.12(Ω), R_M=0.1(Ω), L=0.1(mH), f=10(kHz), E=24(V)

表３から計算に必要なパラメータが次のように得られる。

$$X=5.97915\times10^{-5},\quad Y=20$$

$$R_{ratio1}=1.1,\quad R_{ratio2}=1.2,\quad T_{ratio}=0.07191$$

この電気自動車の時定数τは3.344（s）である。数値計算の結果、その約６倍の時間である20秒が経過すればコイル電流と速度が定常過程に入り、30秒経過すれば定常状態とみなしてよいことが明らかになった。それは30万回の繰り返し計算に相当する。

図８には30万回の繰り返し計算後の時比率（D）と定常速度（V_{ST}）との関係を示した。この図は両者が完全に線形関係にあることを示している。図２のアクセル回路は優れた制御特性を有していることが分かる。

図８の結果を一般化すれば図９のようになる。両者の関係を数式的に表現すれば、

$$V_{ST}/(\omega_0 r/\lambda)=\{1+T_{ratio}(R_{ratio2}-R_{ratio1})\}D-R_{ratio2}T_{ratio} \tag{29}$$

である

D=１であるとき、$V_{ST}/(\omega_0 r/\lambda)=1-R_{ratio1}T_{ratio}$となる。$D$=０であるときは$V_{ST}/(\omega_0 r/\lambda)=-R_{ratio2}T_{ratio}$となり、負の値となる。これは電気自動車が上り坂を後退していることを表す。

式(29)から、電気自動車が登坂可能であるためには

$$D\succ R_{ratio2}T_{ratio}/[1+(R_{ratio2}-R_{ratio1})T_{ratio}] \tag{30}$$

なる条件を満たさなければならない。そして、

$$D=R_{ratio2}T_{ratio}/[1+(R_{ratio2}-R_{ratio1})T_{ratio}] \tag{31}$$

であれば、電気自動車は上り坂で停止状態を続ける。

さらに

$$0\leq D\prec R_{ratio2}T_{ratio}/[1+(R_{ratio2}-R_{ratio1})T_{ratio}] \tag{32}$$

であれば、上り坂を後退し続ける。

さらに、次の条件を満たすときは、

$$R_{ratio1}T_{ratio}\succ1 \tag{33}$$

時比率を調整しても電気自動車は後退するだけで、決して坂を登ることができない。自動車の設計に当たっては、配線抵抗を極力小さくしてR_{ratio1}を１に近づけること、起動トルクの大きなモータを採用してT_{ratio}を０に近づけること、などの工夫が必要なことはこの式から言える。

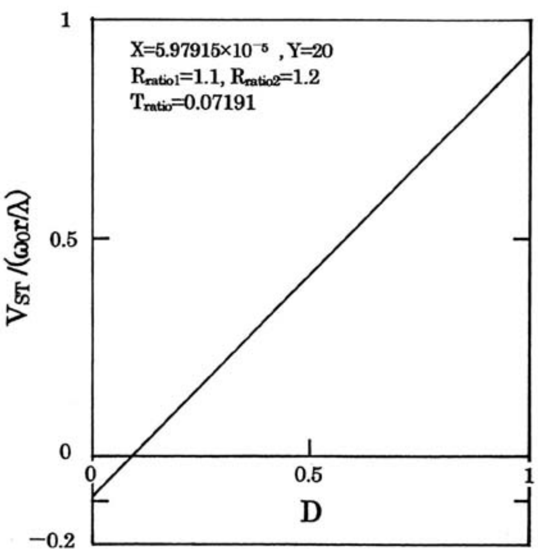


図８　時比率(D)と正規化定常速度($V_{ST}/(\omega_0 r/\lambda)$)の関係

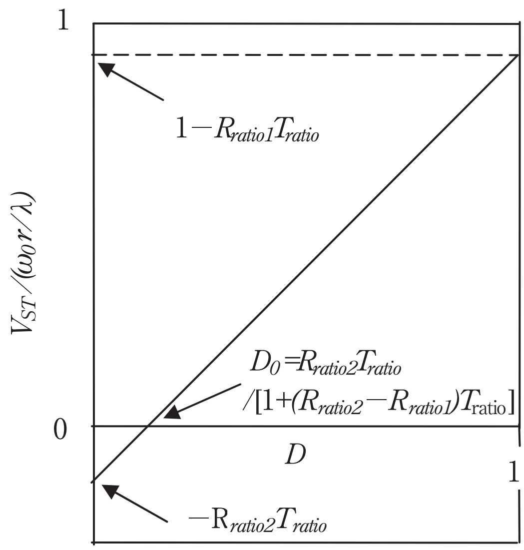


図９　一般化した時比率(D)と定常速度(V_{ST})の関係

8．まとめ

⑴　考察の対象となるアクセル回路は第２節に示した。
第３節では、アクセル回路が従うべき運動・回路方程式は式⑾と式⑿の連立一次微分方程式であることを示した。空気抵抗を無視したときは、式⒀と式⒁の連立一次微分方程式である。各式には電気系統と機械系統からの相互作用項が含まれており、この系が電気・機械相互作用系であることを意味する。それは電気自動車が電気分野と機械分野を結び付ける良い教材となり得ることを意味する。

⑵　第４節では、上記の連立一次微分方程式の解が式⒂と式⒆で表すことができることを示した。
第５節では、上記の解に繰り返し法を適用して、数値解を求める手順を明らかにした。一つの数値例が図５に示されている。

⑶　第６節では、下り坂ではアクセル回路が機能を失い、モータが発電機となってブレーキになる場合のあることを明らかにした。その様子を示す数値例を図７に掲げた。

⑷　第７節では定常速度が時比率と線形関係にあることを示した。このことが本論文で明らかにしたかった最大の課題であるが、本アクセル回路が良好な制御特性を有していることを証明した。

文献

1）古澤　丈、福永恭一、藤村真：徳山高専におけるソーラーカーの製作，徳山工業高等専門学校研究紀要，Vol.19 pp.７-16（1995）

2）高畑秀行、高橋義一　他：ソーラーカーの試作研究（第１報），高松工業高等専門学校研究紀要，Vol.30 pp.11-21（1996）

3）高畑秀行、植田昌明　他：ソーラーカーの試作研究（第２報），高松工業高等専門学校研究紀要，Vol.33 pp.19-32（1998）

4）城上　保、小倉弘幸、田中祐治：「ソーラーカー」，パワー社（1996）

5）兵働　務監修、米田裕彦、山田喜夫、吉田充男著：「ソーラーカー製作ガイドブック」，パワー社（1996）

6）清水康雄、高室真人：ソーラーカーの走行支援システム，平成８年電気学会全国大会講演論文集，S17-５(1996)

7）門脇悟志、雲走知弘、大泉哲哉、服部正行：両方向性昇・降圧チョッパ回路の競技用電気自動車への応用，平成11年電気学会全国大会講演論文集，914（1999）

8）門脇悟志、雲走知弘、大泉哲哉、服部正行：両方向性昇・降圧チョッパ回路の競技用電気自動車への応用，平成11年電気学会全国大会講演論文集，915（1999）

9）高橋　勲：電気自動車用電力変換器とその制御回路，平成11年電気学会全国大会講演論文集，S22-３（1999）

10）電気学会電気自動車駆動システム調査専門委員会編：「電気自動車の最新技術」，オーム社（1999）

11）草野清信：直流モータで駆動されるソーラーカーの設計，日本産業技術教育学会誌，Vol.44　No.４　pp.181-190（2002）

12）草野清信：直流モータで駆動される電気自動車の電池容量の設計，日本産業技術教育学会誌，Vol.46 No.１ pp.113-121（2004）

13）野中作太郎、岡田英彦、小山純、伊藤良三共著「パワーエレクトロニクス入門」，朝倉書店（1999）

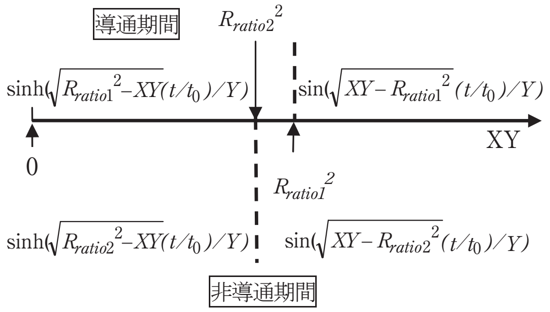
14）電気自動車ハンドブック編集委員会編：「電気自動車ハンドブック」，pp.458-463 丸善（2001）

15）草野清信：降圧形スイッチング・レギュレータの動作解析の準備，電子情報通信学会技術研究報告（EMCJ），Vol.102 no.712 pp.47-52（2003･３）

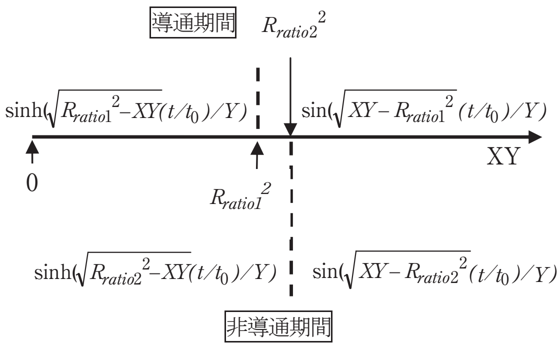
付録A　XYの値によるsin関数の変化

式⒀と式⒁の連立一次微分方程式の解の形はXYの値によって変わる。図Aはそのうちsin関数のsinh関数との間の変化の様子を表している。cos関数もcosh関数との間を同じように変化する。導通期間の関数形は$XY=R_{ratio1}^2$を境として、非導通期間のそれは$XY=R_{ratio2}^2$を境として変わる。

⑴　$R_{ratio2}^2 \prec R_{ratio1}^2$のとき



⑵　$R_{ratio2}^2 \succ R_{ratio1}^2$のとき



図A　導通期間と非導通期間のsin関数の変化の様子

付録B　XYの値による連立方程式の解の関数形の変化の様子

付録Aに示す結果に基づいて本文式⒀と式⒁の連立一次微分方程式の解を構成すると、条件に応じて4つの形が得られる。本文中の式⒂と式⒆に示す解はXYが1およびR_{ratio1}^2およびR_{ratio2}^2のいずれよりも小さい場合に対応している。それ以外の3つの場合の解の形は次の通りである。

［Ⅰ］$R_{ratio2}^2 \leq XY \leq R_{ratio1}^2$であるとき

⑴　Sw1が導通のとき（$0 \leqq t \leqq T_1$）

$$
\begin{aligned}
I(t) =\ & T_{ratio} + (I(0) - T_{ratio})\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio1}^2 - XY}(t/t_0)/Y) \\
& - \{2V(0) - 2 + R_{ratio1}(I(0) + T_{ratio})\} \\
& \cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio1}^2 - XY}(t/t_0)/Y) \\
& /\sqrt{R_{ratio1}^2 - XY} \\
V(t) =\ & 1 - R_{ratio1}T_{ratio} \\
& + (V(0) - 1 + R_{ratio1}T_{ratio})\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio1}^2 - XY}(t/t_0)/Y) \\
& + \{R_{ratio1}(V(0) - 1 + R_{ratio1}T_{ratio}) \\
& + XY(I(0) - T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\sinh(\sqrt{R_{ratio1}^2 - XY}(t/t_0)/Y)/\sqrt{R_{ratio1}^2 - XY}
\end{aligned} \tag{B-1}
$$

⑵　Sw1が非導通のとき（$0 \leqq t \leqq T_2$）

$$
\begin{aligned}
I(t) =\ & T_{ratio} + (I(0) - T_{ratio})\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\cos(\sqrt{XY - R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y) \\
& - \{2V(0) + R_{ratio2}(I(0) + T_{ratio})\} \\
& \cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY - R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y) \\
& /\sqrt{XY - R_{ratio2}^2} \\
V(t) =\ & -R_{ratio2}T_{ratio} + (V(0) + R_{ratio2}T_{ratio}) \\
& \cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\cos(\sqrt{XY - R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y) \\
& + \{R_{ratio2}(V(0) + R_{ratio2}T_{ratio}) \\
& + XY(I(0) - T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\sin(\sqrt{XY - R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y)/\sqrt{XY - R_{ratio2}^2}
\end{aligned} \tag{B-2}
$$

［Ⅱ］$R_{ratio1}^2 \leq XY \leq R_{ratio2}^2$であるとき

⑴　Sw1が導通のとき（$0 \leqq t \leqq T_1$）

$$
\begin{aligned}
I(t) =\ & T_{ratio} + (I(0) - T_{ratio})\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\cos(\sqrt{XY - R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y) \\
& - \{2V(0) - 2 + R_{ratio1}(I(0) + T_{ratio})\} \\
& \cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY - R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y) \\
& /\sqrt{XY - R_{ratio1}^2} \\
V(t) =\ & 1 - R_{ratio1}T_{ratio} \\
& + (V(0) - 1 + R_{ratio1}T_{ratio})\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\cos(\sqrt{XY - R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y) \\
& + \{R_{ratio1}(V(0) - 1 + R_{ratio1}T_{ratio}) \\
& + XY(I(0) - T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\sin(\sqrt{XY - R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)/\sqrt{XY - R_{ratio1}^2}
\end{aligned} \tag{B-3}
$$

⑵　Sw1が非導通のとき（$0 \leqq t \leqq T_2$）

$$
\begin{aligned}
I(t) =\ & T_{ratio} + (I(0) - T_{ratio})\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y) \\
& \cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio2}^2 - XY}(t/t_0)/Y)
\end{aligned}
$$

$$-\{2V(0)+R_{ratio2}(I(0)+T_{ratio})\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$/\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}$$
$$V(t)=-R_{ratio2}T_{ratio}+(V(0)+R_{ratio2}T_{ratio})$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\cosh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$+\{R_{ratio2}(V(0)+R_{ratio2}T_{ratio})$$
$$+XY(I(0)-T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\sinh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)/\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}$$

(B-4)

［Ⅲ］$\max\{R_{ratio1}{}^2,\ R_{ratio2}{}^2\}<XY$であるとき

⑴　Sw1 が導通のとき（$0\leqq t\leqq T_1$）

$$I(t)=T_{ratio}+(I(0)-T_{ratio})\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\cos(\sqrt{XY-R_{ratio1}{}^2}\,(t/t_0)/Y)$$
$$-\{2V(0)-2+R_{ratio1}(I(0)+T_{ratio})\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY-R_{ratio1}{}^2}\,(t/t_0)/Y)$$
$$/\sqrt{XY-R_{ratio1}{}^2}$$
$$V(t)=1-R_{ratio1}T_{ratio}$$
$$+(V(0)-1+R_{ratio1}T_{ratio})\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\cos(\sqrt{XY-R_{ratio1}{}^2}\,(t/t_0)/Y)$$
$$+\{R_{ratio1}(V(0)-1+R_{ratio1}T_{ratio})$$
$$+XY(I(0)-T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\sin(\sqrt{XY-R_{ratio1}{}^2}\,(t/t_0)/Y)/\sqrt{XY-R_{ratio1}{}^2}$$

(B-5)

⑵　Sw1 が非導通のとき（$0\leqq t\leqq T_2$）

$$I(t)=T_{ratio}+(I(0)-T_{ratio})\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\cos(\sqrt{XY-R_{ratio2}{}^2}\,(t/t_0)/Y)$$
$$-\{2V(0)+R_{ratio2}(I(0)+T_{ratio})\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY-R_{ratio2}{}^2}\,(t/t_0)/Y)$$
$$/\sqrt{XY-R_{ratio2}{}^2}$$
$$V(t)=-R_{ratio2}T_{ratio}+(V(0)+R_{ratio2}T_{ratio})$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\cos(\sqrt{XY-R_{ratio2}{}^2}\,(t/t_0)/Y)$$
$$+\{R_{ratio2}(V(0)+R_{ratio2}T_{ratio})$$
$$+XY(I(0)-T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\sin(\sqrt{XY-R_{ratio2}{}^2}\,(t/t_0)/Y)/\sqrt{XY-R_{ratio2}{}^2}$$

(B-6)

付録Ｃ　*XY* の値による連立方程式の解の一次微分関数形

［Ⅰ］$0<XY<\min\{R_{ratio1}{}^2,\ R_{ratio2}{}^2\}$　であるとき

⑴　Sw1 が導通のとき（$0\leqq t\leqq T_1$）

$$dI(t/t_0)/d(t/t_0)=-(2/Y)\{V(0)-1+R_{ratio1}I(0)\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cosh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$+(1/(Y\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}))\{2R_{ratio1}V(0)$$
$$+(2R_{ratio1}{}^2-XY)I(0)+XYT_{ratio}-2R_{ratio1}\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$dV(t/t_0)/d(t/t_0)=(X/2)(I(0)-T_{ratio})$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cosh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$-(X/\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY})\{V(0)-1$$
$$+R_{ratio1}(I(0)+T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\sinh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$

(C-1)

⑵　Sw1 が非導通のとき（$0\leqq t\leqq T_2$）

$$dI(t/t_0)/d(t/t_0)=-(2/Y)\{V(0)+R_{ratio2}I(0)\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cosh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$+(1/(Y\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}))\{2R_{ratio2}V(0)$$
$$+(2R_{ratio2}{}^2-XY)I(0)+XYT_{ratio}\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$dV(t/t_0)/d(t/t_0)=(X/2)(I(0)-T_{ratio})$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cosh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$-(X/\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY})\{V(0)+R_{ratio2}(I(0)+T_{ratio})/2\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio2}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$

(C-2)

［Ⅱ］$R_{ratio2}{}^2\leq XY\leq R_{ratio1}{}^2$であるとき

⑴　Sw1 が導通のとき（$0\leqq t\leqq T_1$）

$$dI(t/t_0)/d(t/t_0)=-(2/Y)\{V(0)-1+R_{ratio1}I(0)\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cosh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$+(1/(Y\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}))\{2R_{ratio1}V(0)$$
$$+(2R_{ratio1}{}^2-XY)I(0)+XYT_{ratio}-2R_{ratio1}\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$dV(t/t_0)/d(t/t_0)=(X/2)(I(0)-T_{ratio})$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cosh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$
$$-(X/\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY})\{V(0)-1$$
$$+R_{ratio1}(I(0)+T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)$$
$$\cdot\sinh(\sqrt{R_{ratio1}{}^2-XY}\,(t/t_0)/Y)$$

(C-3)

⑵　Sw1 が非導通のとき（$0\leqq t\leqq T_2$）

$$dI(t/t_0)/d(t/t_0)=-(2/Y)\{V(0)+R_{ratio2}I(0)\}$$
$$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cos(\sqrt{XY-R_{ratio2}{}^2}\,(t/t_0)/Y)$$
$$+(1/(Y\sqrt{XY-R_{ratio2}{}^2}))\{2R_{ratio2}V(0)$$
$$+(2R_{ratio2}{}^2-XY)I(0)+XYT_{ratio}\}$$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY-R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y)$

$dV(t/t_0)/d(t/t_0)=(X/2)(I(0)-T_{ratio})$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cos(\sqrt{XY-R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y)$

$-(X/\sqrt{XY-R_{ratio2}^2})\{V(0)+R_{ratio2}(I(0)+T_{ratio})/2\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY-R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y)$

(C-4)

［Ⅲ］$R_{ratio1}^2 \leq XY \leq R_{ratio2}^2$であるとき

⑴　Sw1 が導通のとき（$0 \leqq t \leqq T_1$）

$dI(t/t_0)/d(t/t_0)=-(2/Y)\{V(0)-1+R_{ratio1}I(0)\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cos(\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)$

$+(1/(Y\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}))\{2R_{ratio1}V(0)$

$+(2R_{ratio1}^2-XY)I(0)+XYT_{ratio}-2R_{ratio1}\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)$

$dV(t/t_0)/d(t/t_0)=(X/2)(I(0)-T_{ratio})$

$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cos(\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)$

$-(X/\sqrt{XY-R_{ratio1}^2})\{V(0)-1$

$+R_{ratio1}(I(0)+T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)$

$\cdot\sin(\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)$

(C-5)

⑵　Sw1 が非導通のとき（$0 \leqq t \leqq T_2$）

$dI(t/t_0)/d(t/t_0)=-(2/Y)\{V(0)+R_{ratio2}I(0)\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cosh(\sqrt{R_{ratio2}^2-XY}(t/t_0)/Y)$

$+(1/(Y\sqrt{R_{ratio2}^2-XY}))\{2R_{ratio2}V(0)$

$+(2R_{ratio2}^2-XY)I(0)+XYT_{ratio}\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sinh(\sqrt{R_{ratio2}^2-XY}(t/t_0)/Y)$

$dV(t/t_0)/d(t/t_0)=(X/2)(I(0)-T_{ratio})$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cosh(\sqrt{R_{ratio2}^2-XY}(t/t_0)/Y)$

$-(X/\sqrt{R_{ratio2}^2-XY})\{V(0)$

$+R_{ratio2}(I(0)+T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)$

$\cdot\sinh(\sqrt{R_{ratio2}^2-XY}(t/t_0)/Y)$

(C-6)

［Ⅳ］$\max\{R_{ratio1}^2, R_{ratio2}^2\} < XY$であるとき

⑴　Sw1 が導通のとき（$0 \leqq t \leqq T_1$）

$dI(t/t_0)/d(t/t_0)=-(2/Y)\{V(0)-1+R_{ratio1}I(0)\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cos(\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)$

$+(1/(Y\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}))\{2R_{ratio1}V(0)$

$+(2R_{ratio1}^2-XY)I(0)+XYT_{ratio}-2R_{ratio1}\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)$

$dV(t/t_0)/d(t/t_0)=(X/2)(I(0)-T_{ratio})$

$\cdot\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)\cos(\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)$

$-(X/\sqrt{XY-R_{ratio1}^2})\{V(0)-1$

$+R_{ratio1}(I(0)+T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio1}(t/t_0)/Y)$

$\cdot\sin(\sqrt{XY-R_{ratio1}^2}(t/t_0)/Y)$

(C-7)

⑵　Sw1 が非導通のとき（$0 \leqq t \leqq T_2$）

$dI(t/t_0)/d(t/t_0)=-(2/Y)\{V(0)+R_{ratio2}I(0)\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cos(\sqrt{XY-R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y)$

$+(1/(Y\sqrt{XY-R_{ratio2}^2}))\{2R_{ratio2}V(0)$

$+(2R_{ratio2}^2-XY)I(0)+XYT_{ratio}\}$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\sin(\sqrt{XY-R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y)$

$dV(t/t_0)/d(t/t_0)=(X/2)(I(0)-T_{ratio})$

$\cdot\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)\cos(\sqrt{XY-R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y)$

$-(X/\sqrt{XY-R_{ratio2}^2})\{V(0)$

$+R_{ratio2}(I(0)+T_{ratio})/2\}\exp(-R_{ratio2}(t/t_0)/Y)$

$\cdot\sin(\sqrt{XY-R_{ratio2}^2}(t/t_0)/Y)$

(C-8)

付録D　コイル電流iと速度vの極値の位置と数

コイル電流の導通期間と非導通期間のいずれにも、コイル電流の極値と速度の極値が存在し得る。極値の位置の決定方程式は次の２つの形に限られる。

$$\tanh(\sqrt{r_1^2-XY}\,(t/t_0)/Y)=\alpha \tag{D-1}$$

$$\tan(\sqrt{XY-r_2^2}\,(t/t_0)/Y)=\beta \tag{D-2}$$

（Ⅰ）式（D－１）の場合

この場合は次の３つの可能性がある。

⑴　$\alpha < 0$のとき：極値なし。

⑵　$\alpha > 1$のとき：極値なし。

⑶　$0 \leqq \alpha \leqq 1$のとき：極値の可能性あり、それは次式に位置する。

$$t/t_0=(1/2)(Y/(\sqrt{r_1^2-XY}\;ln[(1+\alpha)/(1-\alpha)] \tag{D-3}$$

（Ⅱ）式（D－２）の場合

このときt/t_0は０と１の間の値を有するが、複数の極値の可能性がある。そうなると厄介な現象の生起の可能性も生ずるので、極値は最大１個という条件を課す。それは次の条件である。

$$\sqrt{XY-r_2^2}\,/Y \prec \pi/2$$

すなわち、

$$X \prec r_2^2/Y + (\pi^2/4)Y \quad \text{かつ} \quad XY \succ r_2^2 \tag{D-4}$$

この条件下で考えるが、極値の在り様は次の２つの場合に分けることができる。

⑴　$\beta < 0$：極値なし。

⑵　$\beta > 0$：極値の可能性あり。それは次式に位置する。

$$t/t_0 = (Y/\sqrt{XY - r_2^2}\ \tan^{-1}(\beta) \tag{D-5}$$

付録Ｅ　トランジスタ非導通期間内にコイル電流がゼロとなるときの速度式

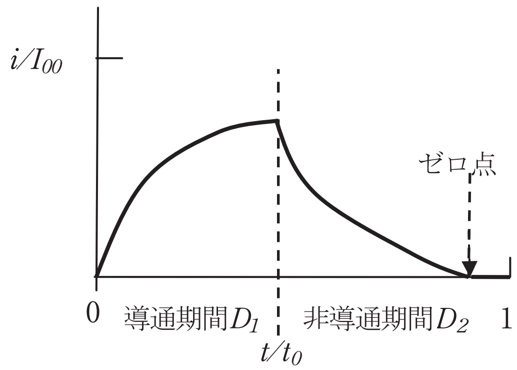
トランジスタが非導通であるとき、ダイオードD_2に流れるコイル電流値（i/I_0）が、図Ｅに示すように、ゼロになることがある。ダイオードは逆方向の電流を流さないため、これ以降、つぎの導通期間まで、コイル電流はゼロの値を保つ。そのため、この期間の運動方程式は

$$M_e(dv/dt) = -mg(\mu\cos(\theta) + \sin(\theta)) \tag{E-1}$$

となる。この方程式の解は簡単に求めることができ、次のようになる。

$$v = v(0) - (m/M_e)(\mu\cos(\theta) + \sin(\theta))gt \tag{E-2}$$

ただし、$v(0)$はコイル電流がゼロとなったときの速度の値である。数値計算プログラム作成時にはこれを反映させなければならない。



図Ｅ　トランジスタ非導通期間内でコイル電流がゼロとなるときの電流波形

（平成20年９月29日受理）