

数学的な見方・考え方を育む「比例と反比例」の授業実践

19065 千葉 聖香

キーワード：見方・考え方 比例と反比例 小中の系統性

概要

「数学的な見方・考え方」は、数学の学習の中で働かせるだけではなく、大人になって生活していくに当たっても重要な働きをするものと考えられる。数学の学びの中で鍛えられた見方・考え方を働かせながら、世の中の様々な物事を理解し思考し、よりよい社会や自らの人生を創り出していくことが期待される。しかしながらこれまでの数学科の学習指導を省みると、数学を苦手とする生徒は少なくない上、小学校算数から中学校数学へ進んでいく過程で「算数はできたけど数学は苦手」といった声が聞かれることもあった。特に、関数領域については苦手意識を感じる傾向がある。そこで、子どもたちが自ら考え問題を解決する力を伸ばしていくための授業の工夫が必要であると考え、関数領域での小中の系統性や生徒のつまずきを分析し、中学校第1学年「比例と反比例」での授業実践を試みた。

I 研究の目的・ねらい

1 研究の背景

(1) 学習指導要領の改訂により求められている「深い学び」:

平成29年改訂の学習指導要領の改訂の基本方針では、「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の推進について述べられている。「深い学び」の鍵となるものは「数学的な見方・考え方」であり、「数学に関わる事象や、日常生活や社会に関わる事象について、数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見いだしたりするなど、新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し、思考、態度が変容する『深い学び』を実現することが求められている」と記載されている。数学科の授業における「深い学び」の実現を目指し、これまでの指導を振り返り、生徒のつまずきから授業づくりを見直したいと考えた。

(2) 小学校算数から中学校数学への系統性の整理:

TIMSS2015の質問紙調査の結果からは、「算数・数学は楽しい」という項目で、肯定的回答をしているのは小学校で国際平均85%、中学校75%と10ポイントの差が見られる。しかしながら日本での平均を見ると小学校で75%、中学校で52%とその差は23ポイントであり、国際平均と比較すると2倍以上の開きが見られる。小学校算数科と中学校数学科の大きな違いは、具体から抽象へ思考の対象が変わっていくところにある。小学校での学びを中学校での数学の知識として再構成していく過程でつまずきが生じてしまうことが多いのではないかと考える。そこで、その過程でつまずきが生じる原因について関数領域の学習内容の系統性を踏まえて考えておく必要がある。

(3) 全国学力・学習状況調査の結果:

全国学力・学習状況調査の教科に関する調査（以下、全国学力調査）の数学の領域別平均正答率を見ると、数と式領域63.8%、図形領域72.4%、関数領域40.8%、資料の活用領域56.3%であり、関数領域の平均正答率がもっとも低い結果となっている。さらに宮城県（仙台市を除く）の関数領域における平均正答率は33.1%と、全国の平均正答率から約7ポイントの乖離が見られる。関数領域における学習内容の確実な習得が課題となっているといえる。

2 研究の目的

関数領域における「見方・考え方を育む」ための方策はどうあればよいか、算数から数学への関数の学習内容の系統性や、これまでの指導経験における生徒のつまずきを整理し、それを生かした授業づくりを通して明らかにする。

3 研究の方法

(1) 先行研究や文献等の調査を行い、以下の知見を得る。

- ・ これまでの数学教育の歴史的変遷について
- ・ 関数領域において育みたい資質・能力と働かせたい数学的な見方・考え方
- ・ 子どもの関数理解の構造や段階について
- ・ 関数領域における生徒のつまずき

(2) 生徒のつまずきや小中の接続を踏まえ、指導上の留意点を整理し授業づくりをする。

(3) 授業実践での生徒の学習の様子を記録し、その成果と課題について検討する。

II 研究の結果

1 文献研究から

(1) 数学教育の歴史的変遷:

1947年に示された学習指導要領（試案）では、経験主義教育が推進され、数学は社会科などの中心教科を支えるものと位置づけられた。しかしながらこの戦後の教育は、「はいまわる」経験主義教育との批判や、算数・数学教育界においては系統性を軽視したことによる学力低下論を巻き起こす。

戦後の『学習指導要領（試案）一般編』（文部省、1947）と今日の中学校学習指導要領とを比較してみたい。まず戦後の学習指導要領では、学習指導法の一般について「児童や青年は、まず、自分でみずからの目的をもって、そのやり口を計画し、それによって学習をみずからの力で進め、さらに、その努力の結果を自分で反省してみるような、実際の経験を持たなくてはならない。」と記載されている。今日の「主体的・対話的で深い学び」の授業改善の視点は、経験主義教育が推進された当時の学習指導と共通する部分があるように考えられる。なぜ戦後の経験主義に基づく教育は批判されることとなったのだろうか。矢川（1950）は「社会生活の経験をいく十年間かさねてみても、ただそれだけでは、社会生活に対する批判力や理解力がえられるものではない。」（矢川、241頁）と述べている。戦後経験主義教育は、経験や活動を多くさせることに偏り、数学本来の系統性が軽視されてしまったことや活動の目的が薄れてしまったことで数学の学びに到達できず、前述のような批判を生んだのではないかと考えられる。数学的活動を通して資質・能

力を育成する今日の指導も、活動そのものが目的とならないよう教師が明確な意図をもち、確実に学びにつなげることが重要である。

(2) 深い学びの鍵となる「数学的な見方・考え方」:

中学校学習指導要領では、数学科の目標について「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次の通り育成することを目指す。」と示されている。この「数学的な見方・考え方」は、「数学の学習において、どのような視点で物事を捉えどのような考え方で思考をしていくのかという、物事の特徴や本質を捉える視点や、思考の進め方や方向性を意味することと考えられる」としており、見通しをもちながら学習を進める上で働かせるものであると考えられる。

松原(1977)は数学的思考について、見通す力が思考の最初から重大な働きをすると述べており、問題が複雑に見え、どのように手掛かりを求めてよいかわからない状態から始まり、思考を重ね最後に構造が見えたとき、複雑であったものが一挙にその全貌を見せる、としている。経験や記憶を対象と照らし合わせて類似のものを見つけ、そこから類推することで手掛かりがうまれる。子どもが問題解決の手掛かりを得るには、経験や既習事項を新たな問題と関連付けた思考が大切であり、このことが数学的な見方・考え方を働かせることにつながる事が分かる。子どもが問題解決の全体の構造が見える瞬間が「わかった!」と言うときであり、「深い学び」につながるものであると考えられる。そこで、関数領域の学習における子どもの思考のプロセスについて検討していきたい。

(3) 子どもの関数理解の構造や段階について:

① 関数理解の構造

磯田(2015)は関数の理解水準について、第1水準から第5水準までに分けて示している。(第4・第5については高等学校以上の内容であるため、一部を省略して引用する。)

第1水準: 日常語で関係表現する水準

事象(対象)を数量パターン(方法)で考察できる。

特徴1. 特定事象について限定的に事象の数量関係を考察することはできても、異なる事象を比較して、そこに共通する関係や法則を吟味することは難しい。

特徴2. 計算を利用しての考察では、従属変数に着目しての二項処理(計算)が中心で、一変数的な見方をしており、二変量的な扱いは乏しい。特に、二項処理では階差に着目する傾向が強く、倍概念は未分化である。

第2水準: 算術で関係表現する水準

数量パターン(対象)を関係(方法)で考察できる。

特徴1. 事象を伴わない場合も含めて(比例の)表が関係表現として意味をなす。

特徴2. 表の横の見方に加えて、 x の \sim 倍が y というような縦の見方もできる。

特徴3. 比例反比例を事象の分析、考察の基準にできる。

第3水準: 代数・幾何で関係表現する水準

関係(対象)を関数(方法)で考察できる。

特徴1. 関数を調べる際に式グラフは相互に翻訳しあうという表現より一連の活動として一体化した表現となる。

特徴2. 表からの立式では、グラフが介在するようになる。

第4水準: 微積分で関係表現する水準

第5水準: 関数解析で関係表現する水準

小学校と中学校で学ぶ比例について、第2水準までの小学校と、第3水準への移行を目指す中学校とは扱っている教材の内容が全く異なっており、「中学校でもう一度扱うから小6の比例は簡略にというような考え方は、水準の違いによる思考の根源的な相違を無視した論調とみることができる」(磯田, 277頁)と述べている。小学校の比例では具体的な事象から比例関係を扱っているが、中学校では具体的な事象を伴わなくても表、式、グラフを相互に関連付けた関数としての見方を獲得させていく必要がある。また、小6の比例既習の児童の方が、中1の関数としての比例既習の生徒より、事象へ比例を適応する力が高いことを指摘している。このことが、関数として比例の知識を再構成していく段階で、「小学校の算数ではできたけれど、中学校の数学ではできなくなった」というような数学への苦手意識をもつことにつながっていると考えられる。中学校数学の関数指導においては、生徒が苦手意識を感じて当然であると捉えて指導していく必要がある。

(4) 関数領域における生徒のつまずき:

① 関数の水準から見る指導上の留意点

小学校算数では、「比例」について小学校第5学年から扱う。一方の数量が2倍、3倍、…になるとき、それに伴ってもう一方の数量も2倍、3倍、…になる数量の関係を比例と定義づけ、2つの数量が比例の関係にあるかどうかを調べている。また、表を中心に、変化や対応について考察する。さらに第6学年では、表の縦の数量の関係に着目して x の値に「決まった数」をかけると y の値になることや、 y の値を x の値で割ると「決まった数」になることを見つけ、比例の関係に「決まった数」が存在することを理解する。ここまでは、磯田(2015)が述べている第2水準にあたり、第2水準以前では具体的な事象を伴わない表について考察することには抵抗があることが特徴の一つに挙げられている。これに従えば、小学校算数での比例の学習を終えて第2水準に到達すると、具体的な事象を伴わなくても表で表された比例の関係が理解できることになる。中学校では第2水準から第3水準への移行を目指す。中学校では、関数としての比例の見方を獲得するにあたり、比例の定義を文字式による関数関係としての比例の定義へと再構成することになる。中学校第1学年では、比例を「2つの変数 x と y が、 $y=ax$ の関係で表されるとき、 y は x に比例する」と定義する。小学校までは表を用いて x と y の対応よりも x と y それぞれの変化の様子を読み取り倍の関係にあるかどうかで比例関係の有無を判断していたが、中学校では2つの変数 x と y の対応から関係を式に表し、 $y=ax$ で表されるかどうかで比例関係と判断することになる。表から式への定義の変化が、中学校数学の関数のつまずきの一つになると考えられる。

② 全国学力調査の関数領域の結果からみる生徒のつまずき

関数領域における生徒のつまずきや理解の様子について探るため、平成29年度と30年度の全国学力調査の数学A問題、平成31年度の数学の問題の関数領域の結果を分析した。縦と横の長さの和が20cmの長方形について、「縦の長さを決めると、それにともなって面積がただ一つに決まる」関係を「 \sim は \sim の関数である」と表現する問題(平成29年度)で、宮城県(仙台市を除く)の正答率は

17.1%であった。最も多い誤答は、独立変数と従属変数を逆に答えたもので、伴って変わる量を独立変数と従属変数としての捉えることの理解が不十分なためと考えられる。また、無回答率が全体の約1/4となっていることから、関数の概念そのものについて理解していない生徒も多いと考えられる。それ以外の誤答の中には、伴って変わる2つの数量を見いだすことができているものも多い。中学校数学では、小学校で学習してきた比例や反比例などの関係を関数として捉え直し学習を進めていく。伴って変わる2つの数量を独立変数と従属変数として意識させながら学習を進めることが必要であると考えられる。

また、1500mの道のりをxm歩いたときの残りの道のりをymとして、xとyの関係を答える問題（平成30年度）で、「 $y=1x$ の一次関数である」という正答を選んだ割合は33.2%であった。誤答は、比例16.6%、反比例25.6%、いずれでもない23.4%であり、ばらつきがあった。歩いた距離が長くなると残りの道のりは短くなると感覚的に捉えて反比例と解答、または反比例ではないと判断していずれでもないと解答したのと考えられる。数量関係を扱う際には、比例や反比例、一次関数など、その関係があらかじめ示されているものが多く、2つの数量の間にどのような関係があるか調べる活動の不足が要因の一つであると考えられる。数量の関係性が分からない場合、式に表したり表に表したりして関係を調べる活動を丁寧に扱っていく必要がある。

3 授業の実践

(1) 数学科の授業開き：

今年度、数学科の学習を始めるにあたって、数学を学ぶ目的や、数学の学び方についてのガイダンスを行った。以下はその資料である。

資料1 数学科の授業開き資料

(2) 第1学年「比例と反比例」単元計画：

関数領域における指導上の課題を踏まえ、中学校第1学年「比例と反比例」の単元の指導における留意点を整理した。まず、大きく変わるのが比例の定義である。小学校算数では、「比例」について一方の数量が2倍、3倍、…になるとき、それに伴ってもう一方の数量も2倍、3倍、…になる数量の関係を比例と定義づけ、2つの数量が比例の関係にあるかどうかを調べている。中学校第1学年では、比例の定義が倍の関係による定義から「 $y=ax$ 」と式による定義になる。小学校までは表を用いて x と y の対応よりも x と y それぞれの変化の様子を読み取り、倍の関係にあるかどうかで比例関係の有無を判断していたが、中学校では2つの変数 x と y の対応から関係を式に表し、 $y=ax$ で表されるかどうかで判断することになる。

関数の思考水準で考えると、指導により水準が移行していく時期にあたり、中1比例の学習前は、具体的事象が伴わない表には抵抗を示すことが指摘されている。学習を進めていく中で表の横の見方に加えて、 x の～倍が y というような縦の見方もできるように、また、事象を伴わない場合も含めて、(比例の)表が関係表現として意味を理解できるようになっていく。さらに、関係の判断基準が表から式に変わり始める水準である。

中学校比例の学習を進めるにあたっては、「対応」と「変数」を意識させ、「関数」の意識をもたせる必要がある。思考水準も踏まえ、導入期には具体的事象について2つの数量の変化の様子を表に表し、表から比例の特徴を読み取らせる活動を設定する。表を横に見ることで「変数」としての見方を、縦に見ることで「対応」の見方を強化し、ともなって変わる「関数」の概念を強化する。横の変化や縦の対応など、様々な表の見方を扱うことで、「対応」と「変数」の見方を意識させる。また、小学校での比例の定義から中学校での定義へと移行させる段階であることを踏まえ、文章表現や表から比例関係にあることが容易に判断できる場合でも、 $y=ax$ で表せることを確かめ比例関係にあることを確認することが必要である。例えば、毎分80mの速さで歩くとき、進む道のりと歩く時間の関係を考える場面を挙げると、小学校6年生で、進む道のりは時間に比例することを学習してきているので比例関係にあることは容易に判断できる。しかし定義の移行を念頭において立式により比例関係の有無を判断させ確認することが必要になる。さらに、具体的事象なしでも表や式、グラフから関数関係を捉えることができるよう段階的に移行していくが必要になる。

また先述したように、礪田(2015)では小6の比例既習の児童の方が、中1の比例既習の生徒より、事象へ比例を適応する力が高いことを指摘している。中1で具体的事象を介さない比例を扱うことにより抽象的に考えることができるようになり、具体的事象へ適用する力が後退すると考えられる。このことが、関数として比例の知識を再構成していく段階で、「小学校の算数ではできたけれど、中学校の数学はできなくなった」というような数学への苦手意識をもつことにつながっていると考えられる。したがって比例や反比例の活用場面においては、問題解決の方法について話し合う場面を設けるなど、その考え方を理解できるように留意する必要がある。

これらの留意点を踏まえ、以下の単元計画を作成した。

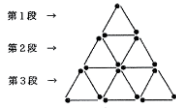
時	学習のねらい	学習活動	評価規準
1節 関数			
1	・正三角形の段数の変化にもなって変わる数量を見つけ、変化の様子を調べる活動を通して、関数や変数の意味を理解する。	・正三角形の段数の変化に伴って変化する数量の関係を調べる。	〈関心・意欲・態度〉 ・ともなって変わる2つの数量の間の関係に関心をもち、その変化や対応のようすを調べようとしている。【観察、ノート】 〈知識・理解〉 ・関数の意味を理解している。 ・変数の意味を理解している。【発表、ノート】
2	・ともなって変わる2つの数量の間の関係を、表や式に表し、関数関係にあることを判断することができる。	・2つの数量の間の関数関係の有無を判断する。 ・「～は…の関数である」といういい方で関数関係を表す。 ・2つの数量の関係を表や式に表す。	〈知識・理解〉 ・関数の意味を理解している。【発表、ノート】 〈技能〉 ・2つの数量の関係を、表や式に表すことができる。【ノート】
3	・変域の意味と表し方を理解し、変域を不等号を使って表すことができる。	・具体的な場面で変数の範囲を考え、不等号を使って表す。	〈知識・理解〉 ・変域の意味を理解している。【ノート】 〈技能〉 ・変域について、不等号を使って表すことができる。【ノート】
2節 比例			
4	・比例の意味を理解し、比例の関係を式で表すことができる。	・小学校で学んだ比例の関係を、関数と捉えて式で表す。 ・比例、比例定数の意味を理解する。 ・ y を x の式で表し、 y が x に比例の関係にあるかを調べる。	〈知識・理解〉 ・比例や比例定数の意味を理解している。 〈技能〉 ・比例の関係を式で表すことができる。【発表、ノート】
5	・ $y=ax$ について、 x の変域や比例定数を負の数にひろげても、比例の性質が成り立つことを理解する。	・ $y=ax$ について、 x の変域や比例定数を負の数に拡張し、比例の性質が成り立つかどうかを調べる。	〈知識・理解〉 ・ $y=ax$ について、 x の変域や比例定数を負の数にひろげても、比例の性質が成り立つことを理解している。【観察、ノート】
6	・比例関係にある1組の x 、 y の値から、比例の式を求めることができる。	・ y が x に比例するとき、1組の x 、 y の値から比例定数を求め、 y を x の式で表す。	〈技能〉 ・ y が x に比例するとき、1組の x 、 y の値から比例定数を求め、 y を x の式で表すことができる。【発表、ノート】
7	・座標の意味や、点の位置の表し方を理解し、点の座標を求めたり座標を座標軸上に表したりすることができる。	・座標の意味について理解する。 ・点の位置を座標で表したり、座標を座標軸上に表したりする。	〈知識・理解〉 ・座標の意味を理解している。 〈技能〉 ・点の位置を座標で表したり、座標を平面上の点で表したりすることができる。【観察、ノート】
8	・比例のグラフは、その式をみたす点の集まりであり、原点	・比例のグラフについて、比例定数を負の数にしたり、変域を負の数に拡張し	〈知識・理解〉 ・比例のグラフは、原点を通る直線であることを理解している。【観察、ノート】

	を通る直線になることを理解する。	たりしたとき、どのような形になるか調べる。 ・点を細かくとって、それらの点の集まりが1つの直線になっていることを理解する。	
9	・比例のグラフをかくことができる ・比例のグラフの特徴を理解する。	・比例定数が負の数のときの比例のグラフをかく。 ・比例のグラフについて、比例定数 a の値によってどのようにグラフが変わるかを調べる。	〈技能〉 ・ 比例のグラフをかくことができる。 〈見方・考え方〉 ・ 比例のグラフについて、比例定数 a の値によってどのようにグラフが変わるかを調べ、まとめることができる。 【発表、ノート】
10	・比例の表、式、グラフの関係を理解する。 ・比例のグラフから式を求めることができる。	・比例の表から比例定数 a を求めるにはどんな方法があるかを考え、比較する。 ・表、式、グラフを比較し、どこに比例定数があらわれるかを考え、まとめる。 ・比例のグラフから式を求める方法を考える。	〈関心・意欲・態度〉 ・ 表・式・グラフについて、比例定数に着目して関連付け、相互の関係を考えまとめようとしている。 〈見方・考え方〉 ・ 表・式・グラフを比較し、比例定数がどこにあらわれるかを考え、相互の関連をまとめることができる。 〈技能〉 ・ 比例のグラフから、式を求めることができる。 【観察、発表、ノート】
11	基本の問題		
3節 反比例			
12	・反比例の意味を理解し、反比例の関係を式に表すことができる。	・歩く速さとかかる時間の関係を関数と捉えて式で表し、反比例、比例定数の意味を知る。 ・y を x の式で表し、2つの数量が反比例の関係にあるかを調べる。	〈知識・技能〉 ・ a を比例定数として、 $y=a/x$ という式で表される関係が反比例であることを理解している。【発表、ノート】
13	・ $y=ax$ について、x の変域や比例定数を負の数にひろげても、反比例の性質が成り立つことを理解する。 ・反比例の関係にある1組の x, y の値から、式を求めることができる。	・ $y=a/x$ について、x の変域や比例定数を負の数に拡張し、反比例の性質が成り立つかどうかを調べる。 ・y が x に反比例するとき、1組の x, y の値から、比例定数を求め、y を x の式で表す。	〈見方・考え方〉 ・ $y=a/x$ について、x の変域や比例定数を負の数に拡張したときの変化や対応の特徴を見いだすことができる。 〈技能〉 ・ y が x に反比例するとき、1組の x, y の値から比例定数を求め、y を x の式で表すことができる。 【発表、ノート】
14	・反比例のグラフは、その式をみたく点の集まりであり、双曲線になることを理解する。	・表をもとに反比例のグラフをかき、どんな形になるかを調べる。また、点を細かくとったとき、それらの点の集まりが、なめらかな2つの曲線になることを理解する。	〈知識〉 ・ 反比例のグラフは、原点を通らない2つの曲線になることを理解している。 【観察、ノート】
15	・反比例のグラフをかくことができる ・反比例のグラフの特徴を理解する。	・比例定数が負の数のときの反比例のグラフをかく。 ・反比例のグラフについて、その特徴を調べる。	〈技能〉 ・ 反比例のグラフをかくことができる。 〈見方・考え方〉 ・ 反比例のグラフについて、その特徴を調べ、まとめることができる。【発表、ノート】
16	・反比例の表、式、グラフの関係を理解する。 ・反比例のグラフから式を求めることができる。	・反比例を表す表から比例定数 a を求めるには、どんな方法があるかを考える。 ・反比例を表す表、式、グラフのどこに比例定数があらわれるかを考え、まとめる。 ・反比例のグラフから式を求めることができる。	〈関心・意欲・態度〉 ・ 表・式・グラフについて、比例定数に着目して関連付け、相互の関係を考えまとめようとしている。 〈見方・考え方〉 ・ 表・式・グラフを比較し、比例定数がどこにあらわれるかを考え、相互の関連をまとめることができる。 〈技能〉 ・ 比例のグラフから、式を求めることができる。 【観察、発表、ノート】
17	・ $a=bc$ で表される関係について、2つの数量に着目して、その数量の間の関係を考えることができる。	・ $a=bc$ の式で、a, b, c のうち、1つの変数の値を決めたとき、他の2つの変数の関係がどうなるかを調べる。	〈見方・考え方〉 ・ $a=bc$ で表される関係において、2つの数量に着目して、その数量の間の関係を考え、まとめることができる。
基本の問題			
4節 比例と反比例の利用			
18	・身のまわりの問題を、比例や反比例の関係を利用して解決することができる。	・具体的な事象についての問題を、比例や反比例の関係を利用して解決する。	〈見方・考え方〉 ・ 日常の事象について、比例や反比例と見なして問題を解決することができる。 〈関心・意欲・態度〉 ・ 日常の事象について、比例や反比例を利用して問題を解決しようとしている。 ・ 日常の事象を比例や反比例と見なして関係づけることのよさに気付く。
19	・身のまわりの問題を、比例のグラフを利用して解決することができる。	・身のまわりの問題を、比例のグラフを利用して解決する。 ・比例のグラフから、具体的な事象を読みとる。	〈見方・考え方〉 ・ 身のまわりの問題を、比例の表・式・グラフを利用して解決することができる。 ・ 比例のグラフで表された事柄について、具体的な場面に即して考えることができる。 〈関心・意欲・態度〉 ・ 身のまわりの問題を、比例や反比例の関係をを用いて解決しようとしている。
20	単元テスト		

(3) 指導案：

以下は、「比例と反比例」の単元の中の1単位時間ごとの指導過程である。

① 第1時 「関数」

段階	生徒の学習活動 ・予想される生徒の反応	学習 形態	・教師の働きかけ	・ 評価 (方法)																																				
導入	1 問題を把握する。																																							
	<p>マッチ棒を使って、正三角形をつくります。 この正三角形の段数を、右の図のように増やして いきます。 段数を4段、5段・・・と増やしていくとき、 どんな数量が変化するでしょうか。</p> 																																							
	2 変化する数量を見つけ、ノート に書く。 ・ 三角形の個数 ・ 使うマッチ棒の本数 ・ 周りの長さ	個 ↓ グル ープ	・ ICTを活用し、少しずつ段数を増やしな がら問題場面を把握させることで、変化す る数量に着目させる。 ・ 個で見つけさせ、グループで交流させる。 さらに、周囲の生徒とも交流させる。 ・ 正三角形の段数を決めると、 <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>三角形の個数</td></tr> <tr><td>使うマッチ棒の本数</td></tr> <tr><td>周りの長さ</td></tr> </table> が決まる ことを確認する。 ・ 段数が増えるにしたがって、どのように数 量が増えるのか問い掛け、課題の設 定につなげる。	三角形の個数	使うマッチ棒の本数	周りの長さ																																		
	三角形の個数																																							
使うマッチ棒の本数																																								
周りの長さ																																								
3 全体で共有する。	全体																																							
4 学習課題を設定する。	<p>段数が増えるとともに変化する数量について、変化の様子を調べてまとめよう。</p>																																							
展開	5 調べる数量を1つ決め、三角形 の段数をx, 変化する数量をyとし て、xとyの関係を表にまとめる。 ・ どうやってまとめたらいいかな ・ 1段のときは…2段のときは… ・ 小学校で表をつくったな ・ 三角形の個数をy <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>…</td></tr> <tr><td>y</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td><td>…</td></tr> </table> ・ 全体の周りの長さをy <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>…</td></tr> <tr><td>y</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>…</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	…	y	1	4	9	16	…	x	1	2	3	4	…	y	3	6	9	12	…	個	・ どのようにしたら変化の様子が調べられる か問い掛け、小学校で使った表を想起させ る。 ・ 表ができれば、変化のきまりを見付けさせ る。 ・ 棒の本数をy <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>…</td></tr> <tr><td>y</td><td>3</td><td>9</td><td>18</td><td>30</td><td>…</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	…	y	3	9	18	30	…	【関心・意欲・態度】 ・ ともなって変わる2つ の数量の間の関係に関 心をもち、その変化や 対応のようすを調べよ うとしている。 【観察, ノート】
	x	1	2	3	4	…																																		
	y	1	4	9	16	…																																		
x	1	2	3	4	…																																			
y	3	6	9	12	…																																			
x	1	2	3	4	…																																			
y	3	9	18	30	…																																			
6 全体で確認する。	全体	・ 独立変数と従属変数の違いを捉えることが できるよう、「段数が増えると、〇〇が 変化する」という表現で発表できるよう促 す。																																						
7 変数、関数の意味を理解する。	<p>いろいろな値をとる文字を変数という。</p> <p>2つの変数x, yがあり、変数xの値を決めるとそれともなって変数yの値もただ一 つに決まるとき、yはxの関数であるという。</p>																																							
8 三角形の段数と色々な数量yは関 数関係にあること、〇〇は三角形 の段数の関数である、という表現 で表せることを確認する。		・ 自分で調べた数量について、「〇〇は△△ の関数である」という表現でノートに書か せる。																																						
9 振り返りをする。		・ 身のまわりで、関数関係にある2つの数量 をいくつかノートにかかせ、本時の振り返 りとする。	【知識・理解】 ・ 関数の意味を理解して いる。 ・ 変数の意味を理解して いる。 【発表, ノート】																																					

② 第6時 「1組のx, yの値から比例の式を求めること」

段階	生徒の学習活動 ・予想される生徒の反応	学習 形態	・教師の働きかけ	・評価(方法)																			
導入	1 問題を把握する。																						
	<p>下の表で、yはxに比例するとき、yをxの式で表してみよう。</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>…</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>…</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>…</td> <td>-6</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>…</td> </tr> </table> <p>・y=axで表せる。 ・xの数を2倍するとyの値になる。 ・y=2xで表せる</p> <p>・xとyの関係に着目させ、比例定数が分かればよいことに気付かせる。 ・どのxとyの組から比例定数を求めたかを問いかけ、どの組でも求められることに気付かせる。</p>			x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…	y	…	-6	-4	-2	0	2	4	6	…
x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…														
y	…	-6	-4	-2	0	2	4	6	…														
展開	2 学習課題を設定する																						
	<p>下の表で、yはxに比例するとき、yをxの式で表してみよう。</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>…</td> <td style="background-color: #ccccff;"> </td> <td>-2</td> <td style="background-color: #ccccff;"> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>…</td> <td style="background-color: #ccccff;"> </td> <td>-8</td> <td style="background-color: #ccccff;"> </td> <td> </td> </tr> </table> <p>・xに4をかけると-8になる。 ・y=4x</p> <p>・表の一部を隠したものを提示し、課題設定につなげる。</p> <p>1組のxとyの値から、yをxの式で表す方法を考えよう</p>			x	…		-2			y	…		-8										
x	…		-2																				
y	…		-8																				
展開	3 表現を変えた問題を解く																						
	<p>yはxに比例し、x=2のときy=6です。 このとき、yをxの式で表しなさい。</p> <p>・同じように比例定数を求めればよい。 ・3をかければ6になる ・y=3x ・y=axで表されるから、わかっている数を代入する。 6=2a 2a=6 a=3 y=3x</p> <p>・前の問題とどう違うのかを問いかけ、表現が変わっていることに気付かせる。 ・方程式を使った求め方にも着目する。</p>																						
	4 まとめをする。																						
展開	5 適用問題を解く。																						
	<p>・教科書の問題に取り組ませる。</p>			<p>【技能】 ・yがxに比例するとき、1組のx, yの値から比例定数を求め、yをxの式で表すことができる。【ノート】</p>																			
終結	6 振り返りをする。																						
			<p>・授業を振り返り、ノートに分かったことや授業のポイントなどを記入させる。</p>																				

③ 第12時 「反比例」

段階	生徒の学習活動 ・予想される生徒の反応	学習 形態	・教師の働きかけ	・評価(方法)
導入	1 問題を把握する。			
	<p>Aさんは、お家の人と20分後にスーパーで待ち合わせをしています。 中学校からスーパーまで約1200mとすると、どれくらいの速さで歩けば間に合うでしょうか。</p>			
	<ul style="list-style-type: none"> ・20分で着けるかな ・20分後だと、1分で60m歩けばいいから・・・ 	全体	<ul style="list-style-type: none"> ・ICTを活用して問題場面を把握させる。 ・どのくらいの速さで歩けば20分で着くことができるか、予想させる。 ・歩く速さによって、かかる時間に違いがあることを問い掛け、表に表すよう促す。 	
	2 1200mの道のりを毎分xmの速さであるときにかかる時間をy分として、xとyの関係を調べる。	個 ↓ ペア	<ul style="list-style-type: none"> ・個で表をつかったあと、周囲の生徒と交流させる。 	
3 全体で共有する。		<ul style="list-style-type: none"> ・xの値が2倍、3倍、になると、それにもなってyの値が1/2、1/3倍になること、小学校で反比例の関係を学習していることを確認する。 ・比例は$y=ax$で表されることを確認し、反比例の場合はどうなるかを問いかけ、課題設定につなげる。 		
4 学習課題を設定する。	全体			
<p>反比例とはどのような式で表される関係だろうか。</p>				
展開	5 速さxm/分と、かかる時間y分の関係を式に表し、全体で共有する。	個 ↓ 全体	<ul style="list-style-type: none"> ・yをxの式で表すよう促す。 ・$1200 \div x$は、$1200/x$と分数で表せることを確認する。(文字式の表し方のきまりの再確認) ・小学校では、$y=(決まった数) \div x$で表していたことを確認する。 	
	6 反比例を表す式を理解する。			
	<p>$y=a/x$で表されるとき、yはxに反比例するという。 定数aを比例定数という。</p>			<ul style="list-style-type: none"> ・$y=a/x$で表されれば、表でxが2倍、3倍になるとyはどうなるかを調べなくても反比例といえることに触れる。 ・小学校で学習した「決まった数」を比例定数ということを確認する。
7 yをxの式で表して、yがxに反比例するかどうかを調べる。	全体			
<p>例 面積が18cm^2の長方形の横の長さをxcmとすると、縦の長さはycmになる。</p>				
	<ul style="list-style-type: none"> ・縦×横で長方形の面積が求められる。 ・面積が18だから、$18 \div x$で縦の長さが分かる。 ・$y=18/x$ ・比例定数は18だ。 		<ul style="list-style-type: none"> ・立式の仕方なども確認する。 ・$y=a/x$の形で表されていることを全体で確認する。 	
8 適用問題を解く。			<ul style="list-style-type: none"> ・反比例の関係だけでなく、比例の関係にある2つの数量も問題の中を含め、立式によって反比例であることを判断できるようにする。 	<p>【知識・理解】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$y=a/x$という式で表される関係が反比例であることを理解している。
9 振り返りをする。			<ul style="list-style-type: none"> ・本時を振り返り、ノートに学んだことを記述する。 	<p>【発表, ノート】</p>

④ 第14時 「反比例のグラフ」

段階	生徒の学習活動 ・予想される生徒の反応	学習 形態	・教師の働きかけ	・ 評価 (方法)
導入	1 比例のグラフを振り返る。	全体	・小学校のときにかいた第1象限のみのグラフと、 x の変域を負の数に拡張したときのグラフを提示し、グラフを負の数にまで広げても、原点を通る直線になっていたことを想起させる。 ・ x の値の増減にともない、 y の値の増減はどうなるか、確認する。	
	2 反比例のグラフを負の数に広げたとき、どのような形になりそうか予想する。 ・ 曲線になりそうか ・ 原点は通らないのではないか		・ 反比例のグラフの形について問い掛け、疑問をもたせて課題設定へとつなげる。	
	3 学習課題を設定する。	全体		
反比例のグラフはどのような形になるだろうか。				
展開	4 $y=6/x$ について、 x と y の対応表を完成させる。	個 ↓ グループ	・ 表を配布してノートに貼らせ、完成させる。 ・ グループで表を確認させる。	
	5 表を見ながら、 x と y の値の組を座標とする点をプロットする。	個	・ 始めは個で取り組ませるが、グループは組ませたまにする。 ・ プロットした点をグループで確認させる。	
	6 さらに細かく点をとって、グラフの概形を確かめる。	個	・ x の値を0.5おきにとったときの x と y の対応表を配布し、ノートに貼らせる。 ・ 必要に応じて電卓を使わせる。 ・ 作成した表をもとに、点をとらせる。 ・ さらに細かく点をとっていく様子をスクリーンに投影し、 $y=6/x$ をみたす点の集まりが2つの曲線になっていることを理解させる。 ・ グラフが「双曲線」ということを知らせる。	
	7 グラフの特徴をまとめる。 ・ 直線にはならなそうか ・ 2つのグラフはつながらないのではないか。 ・ 原点は通らなそうか ・ x 軸 (y 軸) にぶつかることはあるのか	グループ ↓ 全体	・ 比例のグラフと比較しながらどんな形になりそうかを考えさせ、ノートに文章で書かせる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">記述のポイント ・ 直線か、曲線か、原点を通るか ・ xの値が増加したとき (減少したとき) yの値はどうなるか</div>	
	8 まとめをする。	全体		
<ul style="list-style-type: none"> ・ 反比例のグラフは、なめらかな2つの曲線になる。(双曲線という) ・ グラフは、x軸・y軸に近づいていく。 				
	9 適用問題として、 $y=4/x$ のグラフをかく。	個 ↓ グループ	・ 必要に応じてノートに表を書かせる。 ・ 時間があれば、比例定数の違いによってグラフがどのように変わるか考えさせる。	【知識・理解】 ・ 反比例のグラフは、原点を通らない2つの曲線になっていることを理解している。 【発表・ノート】
	10 振り返りをする。		・ 本時を振り返り、ノートに学んだことを記述する。	【技能】 ・ 反比例のグラフをかくことができる。 【観察、ノート】
終結	10 振り返りをする。		・ 本時を振り返り、ノートに学んだことを記述する。	

Ⅲ 研究成果の学校教育における位置づけ・意義、応用性、期待

全国学力調査の数学の結果を見ても、関数領域を苦手とする生徒は多い。生徒のつまずきと小中の系統性を見直し、関数理解の水準と関連付けた単元構成を考え、生徒の実態に応じ、授業の中で生徒が迷いそうな場面はどこかを捉え、その場面を生徒に考えさせるポイントとして位置付けながら授業づくりをしていくことで、中学校数学としての関数の知識の再構成を無理のないものとし、関数領域における資質・能力を向上させることができると考える。

Ⅳ 引用・参考文献

- ・ 藤原大樹 (2018) 『「単元を貫く数学的活動」でつくる中学校数学の新授業プラン』明治図書出版
- ・ 磯田正美 (2015) 『算数・数学における数学的活動による学習過程の構成』共立出版
- ・ 神林信之ら (2012) 『教えたい数学学ばたい数学：思考力・判断力・表現力を育成する教材解釈・構成』考古堂書店
- ・ 松原元一 (1977) 『数学的な見方考え方 子どもはどのように考えるか』国土新書
- ・ 『文部省学習指導要領 全21巻 一般編 (1)・算数科・数学科 (7)』 (1980)
- ・ 国立教育政策研究所『全国学力・学習状況調査報告書』 (平成29年～31年)
- ・ 杉山吉茂 (2009) 『中等科数学科教育学序説』東洋館出版
- ・ 杉山吉茂 (2017) 『確かな算数・数学教育をもとめて』東洋館出版
- ・ 田中耕治 (2017) 『戦後日本教育方法論史 (上下)』ミネルヴァ書房
- ・ 矢川徳光 (1950) 『新教育への批判』刀江書院