論理的な考察力・表現力を育成するための授業改善

―数学科図形分野における対話的な学びの意義とその効果―

加賀　智大

Class Improvement to Foster Logical Thinking and Expressiveness

―Significance and Effect of Interactive Learning in the Graphic Field―

KAGA　Tomohiro

概要

急速に変化する社会の中で，今を生きる高校生に身に着けてほしい「生きる力」として筆者は「論理的な考察力・表現力」を挙げた。この力を数学の授業の中で身につけさせるためにどのような授業改善の視点が必要か先行研究を基に分析し授業改善の方法を検討する。論証指導の意義や，定義そのものを振り返る活動の重要性，パターン認識という観点から,「直観的理解」と「数学的理解」の段階を把握し,橋渡しを行っていくことが必要であることを指摘した。また，主体的・対話的で深い学びという文科省の提案した授業改善の視点にも触れ，数学の授業に言語活動を取り入れることの効果と，留意事項についても P4C の考え方を参考に検討した。この 2 点の研究結果を基に授業計画を立案・実践を行い,今後の展望や改善点等を再確認することとなった。

Key words：図形の性質　言語活動　論理的な考察力・表現力

Ⅰ　研究の目的とねらい

1　研究の背景

なぜ数学を学ぶのか？という問いに対しては「受験のため」「試験のため」と答える学生は未だに多いのではないだろうか。私自身も高校に在学していた際にはこのように思って過ごしていた。ジョン・ペリーも「試験に合格することにおいて（数学は有用である)。これは，これまで無視されていなかった唯一のものであり，教師たちによって実際に認められていた唯一のものである。」(John perry,1903）と述べたように, 古くからこのことは問題視されてきた。

情報化・グローバル化といった社会変化が急激にすすむ現代社会では，高校教育を取り巻く環境もめまぐるしく変化し続けている。文科省では，このような厳しい挑戦の時代を生き抜くために「国家・社会の責任のある形成者として，自立して生きる力」が必要であるとして高校教育改革等の施策を打ち出している。この中でも特に，情報化が進むために溢れかえる情報の中から必要なものだけを取捨選択すること・他者との関わり方が複雑化，多様化するために自己の考えを発信することが重要となってくると考える。これらを踏まえ，生徒に身に着けてほしい「生きる力」として「論理的な考察力・表現力」が挙げられる。

「論証に関する学習指導は学問としての数学を特徴づけるものであり，数学教育の大きな柱の一つである」(清水，1999）数学教育という枠組みの中で，論証指導という形で行われてきた論理的な考察力・表現力の育成は,「（２）数学を活用して事象を論理的に考察する力，事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・ 的確に表現する力を養う」という高等学校数学科の目標とも合致している。

本研究は，論理的な考察力・表現力を育むための授業改善について言語活動を取り入れることを中心に検討していくものである。

2 研究の方法

・図形の分野における授業改善について図形と論証に関する先行研究を基に検討する。

・言語活動をどのように導入していくか，授業計画に組み込むかについて，先行研究を基に分析する。

・得られた授業改善の示唆を基に，図形の分野における授業計画を立案・実践する。

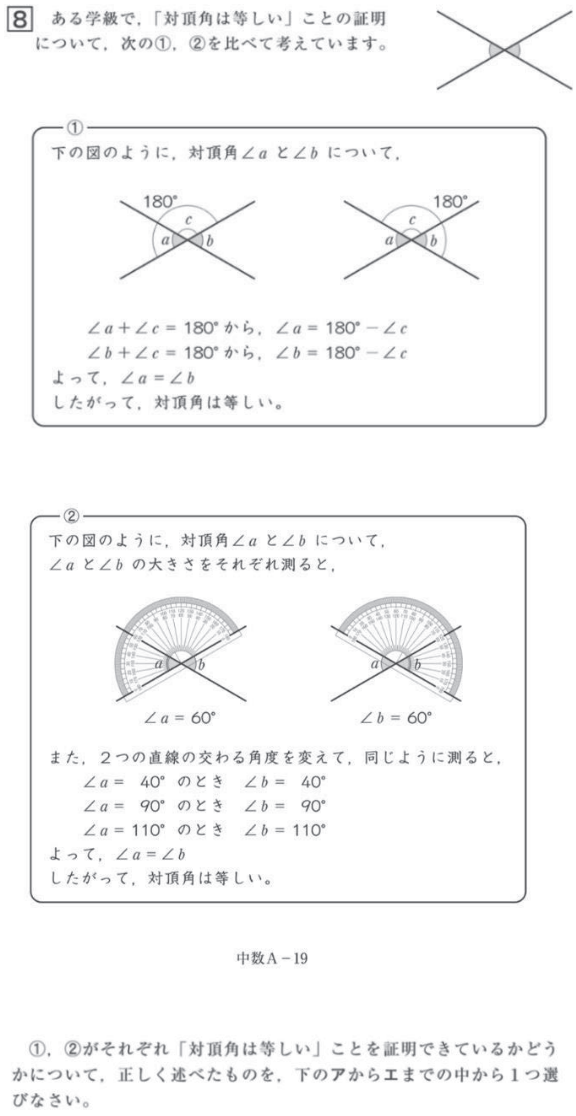
Ⅱ 図形と論証

1 論証することの意義

証明指導の際には『仮定』『結論』の間をつなぐものとして『証明』の記述を行うという形式が伝統的に行われてきた。○○としたとき，２つの三角形の合同を証明せよ等である。しかし，このような形式以前に「なぜ証明をするのか？」「そもそも証明はなぜ必要なのか？」という証明の意義に関する事項が理解されていないという実態が伝統的に知られ，問題視されている。全国学力調査の結果によると，平成 20 年度調査・問題 A8「証明の意義」の正答率が 29.7%と著しく低く，直近の平成 30 年度調査・問題 A8「証明の意義」でも正答率が 46.1%にとどまっていることからもこの問題点が伺える。この問題は図１に示すようにどちらも①で演繹的な，②で帰納的な説明の文章を読み，どちらが正しく証明できているかを問う問題であった。帰納的な説明では証明になっていないという事実を理解できていない生徒が非常に多く，かつ 10 年間課題とされてきていながらも未だに正答率が 50%を切るという状態である。このことから，証明そのものに対する理解度が非常に低く必要性の理解も進まないのではないかと考えた。証明とは何か，なぜ必要か，といった論証の意義を伝えることの重要性を再確認する必要がある。

また,平成 29 年度調査・問題 B2「回転移動」について数学的な表現を用いて説明する問題について正答率が 14.7%(そのうち完全に解答ができているものは 7.0%)と大きく課題を抱えていることもわかる。特に,回転移動の角度について説明をしなかった誤答が 19.6%,記述に誤りがあるものが 24.4%と多く，回転移動の数学的な定義が理解できておらず,直観的な理解にとどまっていて正しく表現ができていないという現状が読み取れる。

数学的な表現を用いることの良さや,数学的な定義の重要性が論証指導以前の中学校１年生時点で養うことができていないことも,論証の意義が理解されないことにつながっているのではないかと考える。



8 ある学級で，「対頂角は等しい」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。

①
下の図のように，対頂角$\angle a$と$\angle b$について，

$\angle a + \angle c = 180°$ から，$\angle a = 180° - \angle c$
$\angle b + \angle c = 180°$ から，$\angle b = 180° - \angle c$
よって，$\angle a = \angle b$
したがって，対頂角は等しい。

②
下の図のように，対頂角$\angle a$と$\angle b$について，
$\angle a$と$\angle b$の大きさをそれぞれ測ると，

$\angle a = 60°$　$\angle b = 60°$

また，２つの直線の交わる角度を変えて，同じように測ると，
$\angle a = 40°$ のとき $\angle b = 40°$
$\angle a = 90°$ のとき $\angle b = 90°$
$\angle a = 110°$ のとき $\angle b = 110°$
よって，$\angle a = \angle b$
したがって，対頂角は等しい。

中数A－19

①，②がそれぞれ「対頂角は等しい」ことを証明できているかどうかについて，正しく述べたものを，下のアからエまでの中から１つ選びなさい。

ア ①も②も証明できている。

イ ①は証明できているが，②は証明できていない。

ウ ①は証明できていないが，②は証明できている。

エ ①も②も証明できていない。

図１：平成 30 年度全国学力状況調査
数学 A 問題より

（２）前ページの図２の模様を図５のように広い範囲で考えます。図５の四角形ＡＢＣＤの模様は，１回の回転移動で四角形ＧＢＥＦの模様に重なります。四角形ＡＢＣＤの模様は，どのような回転移動によって四角形ＧＢＥＦの模様に重なるか書きなさい。

図５

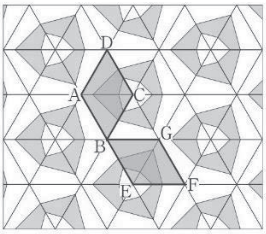


図２：H29 全国学力状況調査
数学 B 問題より

では，そもそも伝えていかなければならない論証の意義とは何であろうか？

国宗（1994）は，“図形の論証指導で生徒に理解させたいこと”は以下のようにまとめた。

１．「論証の持つ一般性」の理解
①定理は全称命題であることの理解
②証明には一般性があることの理解
③図は代表元であることの理解
④実験・実測による方法の特徴の理解
２．「推論の仕組み」の理解
①仮定・結論，証明の理解
②根拠となる事柄，定義の意味の理解
③循環論法は不合理であることの理解
④「体系」の理解

先に挙げた全国学力調査の問題を例にすると，平成 21 年度調査,平成 30 年度調査は１④を問うものであるといえるであろう。平成 29 年度調査は２②を問うものと考えられる。従来の指導によって２①仮定・結論，証明の理解については進んでいるが，「論証の持つ一般性」の理解については課題が残ると考えられる。この課題に対する手立てとして構成された証明について振り返る機会を設けることが考えられる。この振り返る活動は一人ではなかなか難しいため，言語活動を始めとした他者との関わりの中で行われることが望ましい。他者との関わりの中で，これらの論証の意義を実感できるような授業計画を考えていく必要があるといえるであろう。また２②については「数学的に」理解することが必要であると考える。小学校で学んだ図形の直観的な理解から,より厳密である数学的な理解へと橋渡しとなる授業が必要となるだろう。

2　論証指導における他者との関わり

清水（2007）によると“そもそも論証は他者を説得するための術としての性質を有するものである”としている。論証を通じて他者と上手に関わっていく術を生徒は身に着けていくのである。

前項では，論証の意義に関する理解が不足しているという課題を挙げた。ただ，論証の中に使われている「定義」とはどういうものか？という質問には大人でも答えることが難しいのではないだろうか。清水（2015）によると，定義は“ある概念を理解するとき，推論を展開するときに重要な役割を持つ。中でも数学においては事実の体系化や理論の構成，その過程におけるコミュニケーションにおいてその役割は一層顕著であり，決定的である”と述べている。共通の定義を持つことで，自らの意図がより正確に相手に伝わり，円滑にコミュニケーションを行うことができるのである。ならば，この共通の定義を生徒たちに身に着けさせることは言語活動を行う上では必要ではないであろうか。

もちろん，教員の側から定義を押し付けることは簡単であるが，それでは真に定義を使いこなすとはいえないであろう。ペリーの言葉を借りるならば「手足のように使えるような知的道具」（John perry,1903）として生徒たちに習得してもらうことが最も望ましい。フォセットの『証明の本性』では，定義の役割と意義を詳細に吟味する授業実践が行われたが，そこでは以下の点に注意が払われた。

「定義に必要な語（無定義語）は
生徒によって選ばれた」
「定義は学習の基礎ではなく，
学びの産物であった」
「定義は生徒によってつくられた。
ルーズで曖昧な言明は
すべての生徒が受け入れられるようになるまで
批評や提案によって洗練，改良された」
（Fawcett,1938 P118）

証明を振り返ることと同じように，定義についても振り返ることは効果がある。定義の意味理解と，その習得過程における言語活動を授業計画の中に組み込むことで，生徒たちはよりよく他者と関わる術を学ぶことが期待できるのではないかと考える。

3 パターン認識と図形理解

一般に様々に形態の異なるものを,同じ一つのものであるというように認識することをパターン認識という。私たちは形や大きさが違っても「カップ」と認識できるし,表情が違っていても誰の顔かは判別することができる。小高（1998）は「位置や大きさ・形状が異なるのに,同類の図形であることを判別するパターン認識のスキーマが未熟であると,図形の一般化,性質,変換,証明の意味が理解できない」と指摘している。算数や数学の授業では合同や相似な関係を用いて,同類の図形を見つけるということを行ってきた。

私はこのパターン認識のスキーマにも段階があると考える。パッと見で判断できる「直観的理解」の段階,数学的な要素に着目して証明ができる「数学的理解」の段階,そしてその中間の段階の３つである。

「直観的理解」の段階は,小学校算数の段階といっても差し支えないだろう。多角形の辺の数や角の数を見て数えることで三角形と四角形は区別することができるし,等しい長さを見ることができるようになれば正方形や二等辺三角形といった図形も理解することができる。また,「高さ」という概念も図形を見ることで理解し,面積を計算することができる。こういった目に見える範囲で事象を考察することができる段階であると考える。

次の「数学的理解」の段階は,同様に中学校数学以降の段階と言って差し支えないだろう。より抽象的な事象も,数式や論理記号・数学用語で表現することができる段階であると考える。例えば,線対称な図形に関して言えば『対称の軸を中心に折り返した図形』や『対応する２点 A,A’は対称の軸までの距離が等しくなっている』といったように表現することができるといった段階である。

最後にこの中間の段階である。これは見てわかる範囲の事象は捉えることができるものの,抽象的な内容を理解するに至っていない段階である。具体例として『三角形の高さ』を挙げよう。

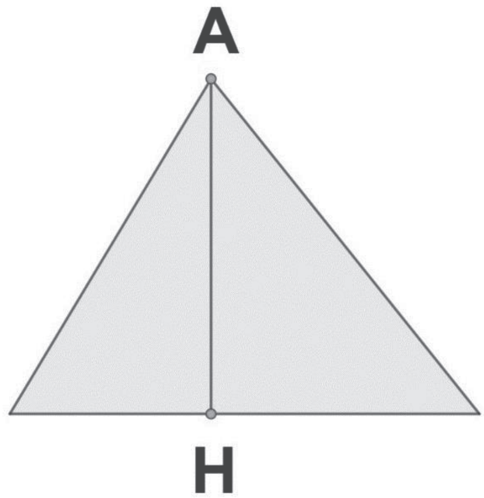


図３－１：三角形の高さ

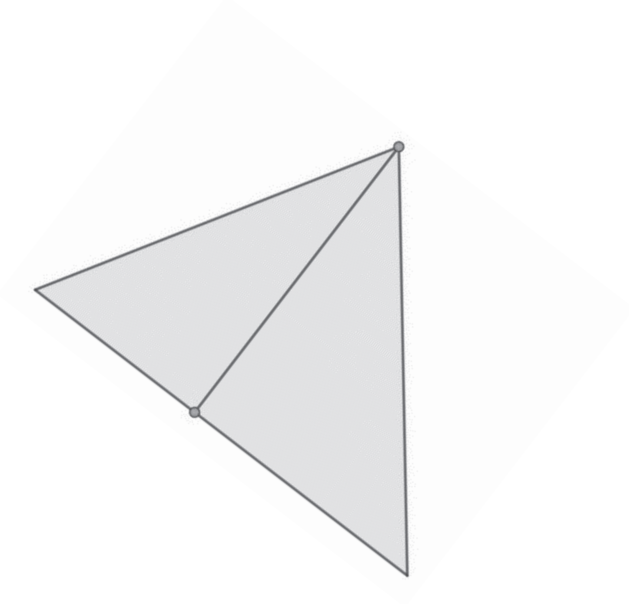


図３－２：回転させた三角形の高さ

図３－１の三角形の高さは線分 AH の長さであることを疑う生徒はほぼいないであろう。これは,「高さ」という概念が見た目や言葉の使われ方に依っているからであると考えられる。背の高さ,建物の高さなど,水平面に対して垂直な線分の長さというイメージが強い。

しかし,図３－２の三角形の高さはどうであろうか。これは図３－１の三角形を回転させただけである。しかしこのような状況になった際,三角形の高さを認識できる生徒は減少する。「ナナメの線が高さとなることはないだろう」という概念が,この認識を妨げると考えられる。

三角形の高さとは「頂点から底辺へ垂直に伸ばした線分の長さ」として定義される。パッと見た「高さ」の概念は理解できているものの,数学的な「高さ」の概念を理解していない段階の生徒を中間の段階と呼びたい。これらの生徒は数学的な理解ができていないばかりか直観的には理解しているため数学的な証明や論証を理解する意義についても定着しにくいのではないかと考えられる。このような生徒にも,論理的な考察力・表現力を身につけさせるような課題や例示・定義の指導が求められる。

Ⅲ　対話的な学び

１　主体的・対話的で深い学びについて

文科省の高校教育改革には“課題の発見と解決に向けた主体的・協働的な学びの推進”という文言がある。「主体的な学び」「対話的な学び」「深い学び」の３つの観点から生きる力の育成を目指すための授業改善を図るものである。この主体的・対話的で深い学びとは何か，どのような生徒の育成を目指すものかという点について再考し，授業改善への示唆を得ていく。

杉江（2016）は，協働学習をすることによって生徒が身に着ける力を以下の３つとした。

①主体的，自律的な態度
②共生社会を創る民主的な態度
③確かで幅広い学力

他者との関わりの中で，自ら他者へと働きかける主体性・民主性はもちろんであるが，数学という学問に関しては一人ではなかなか太刀打ちできないような課題も多く存在すると私は考える。そのような学問であるからこそ，確かで幅広い学力形成のためには他者との協働は必要不可欠となってくるのではないかと考える。より深い内容を理解したり，活用を考えたりする活動の際には対話は欠かせないものとなることを踏まえて授業をつくっていく必要がある。

また，杉江（2016）は子ども達が持つ二つの人間性原理“人は誰もが成長したいと願っている”“人は誰もが他人と良い関係を持ちたいと願っている”を基に教育を進めていく必要があることを指摘した。具体的にどのような取り組みが考えられるかというと，成長への願いを基にすると,『めあてを明確化することによって本時の授業でどのように自分が成長できるかということを実感させること』『適切な負荷のある課題・遣り甲斐のある課題を提示することで,生徒の学びへの意欲を引き出すこと』が挙げられる。また，よい関係づくりの願いを基にすると『「わからない！」を発信できる学級集団作り』が理想形として挙げられるだろう。

数学は一人で学びを進めることが難しい科目であるという点から,「わからないこと」（まったく理解が追い付いていない内容から,不安解消のための簡単なものまでの様々な疑問点）は他科目に比べて発信しやすい。また，適切な負荷のかかる課題を提示すること，そこへ向けて授業計画を立案することは授業改善の視点としてポピュラーなものである。これらのことを踏まえると上に挙げた取り組みを授業の中に取り入れることは比較的容易であろうと考える。

２　数学の授業における現状の課題

前項のポイントを意識すれば，こちらから言語活動という時間を設定せずとも生徒たちが主体的に言語活動を行う中で課題を解決していけるようになることが期待される。しかし，それまでの間には多数の課題が

考えられる。

生徒たちが数学に関して対話するには共通の理解を持っている言葉が必要となる。これは「定義・定理」に該当すると考える。この定義が生徒間で異なるためにちぐはぐな会話となってしまうということが課題として挙げられる。この定義がしっかりと定着していない状態での対話は誤認識を生みかねず,言語活動の意味が薄れてしまう。言語活動の前に,再度定義・定理を確認する等の支援が必要となると考える。

また，やり甲斐のある課題を設定した結果，終末部までに課題を解決できなかったというケースや，授業計画全体に当てはめるのがなかなか難しいというケース等の時間的な制約が今までも指摘がなされてきた。個別での生徒対応や，授業計画の見直し，時には情報機器を活用する等の対策を常に検討していく必要がある。

3　安心して対話に参加するために

算数・数学に限った話ではないが,所謂「できる生徒」が言語活動の中心となって授業が展開されてしまい，課題を抱えた生徒があまり参加することができないといった実態が指摘されている。こうした生徒たちこそ対話的な学びの輪に参加して課題を解決できるようになってほしいと考える。

そのために「安心して対話に参加できる環境づくり」が必要である。p4c　japan のコンセプトには,『その場に安心して「いる」ことができ,子どもたちそれぞれのやり方で対話に参加できるような関係をつくることを目指しています』とある。例えば,わかっていることだけを話す対話であると,わからないことについて話すことができず「できる生徒」のみがアクティブに活動してしまう。どのような生徒でも安心して対話に参加できることを保障することで,課題を抱えた生徒たちが対話を通して課題解決へ向かえるようになると考える。

ではどのような手段があるだろうか。p4c　japan では「コミュニティボール」や「WRAITEC カード」といった道具を用いて対話の手助けを行っている。コミュニティボールは「持っている人だけが話すことができる」「話し手はいつでもほかの人にパスすることができる」「話し手が次に意見を聞きたい人を選んでボールを渡せる」等のルールを策定するためのツールである。

図４：筆者がコミュニティボールを用いて対話する様子。

また,手で何か持っていることによって落ち着いたり,安心感を得られたりするという効果もある。コミュニティボールはボールでなくてもよく,人形や図４のようなサッカーボール等,安心して対話に参加できるようなルールを策定するという役割があればよい。対話的な学びを進めていくにあたってこういったツールは形に依らず必要となるだろう。

WRAITEC カードは,カードを示して質問する内容を相手に伝えるためのツールである。自分の言葉で話を始めることはハードルが高い,といった生徒も対話の場にいることができるようにするためにこのカードを用いる。例えば「Reason：なぜ？どうして？」や「Example：例えば？」といったカードを用意しておくことで（自分の抱えるモヤモヤと一致しているかどうかはまた別だが）自分の疑問を発信することができると考える。

これらのツール,或いは同じ役割を持つツールは「わからない！」を発信できるような学級づくりに有用であると考える。「わからないこと＝ダメなこと」ではなく,「わからないこと＝議論を活発にできるスタート」であると考えられるよう,このような道具なども駆使して対話的な学びを進めていきたい。

Ⅳ．得られた示唆を基にした授業実践

1．授業計画と指導案

本研究で得られた示唆を基に授業を計画し,実践を行った。対象は宮城県内のある中学校１年生で,単元は「平面図形」とした。中学校へ入学して初めての数学における図形分野の学習を行う単元であり,小学校算数科において１つの図形の 持つ性質や構成要素に着目して学習を行ってきたことに対して,本単元では移動前と移動後といった２つの図形の関係に着目をして学習を行う。点や辺の対応を考えながら図形の移動を考えることで図形についての見方をより豊かにし,のちの論証指導へ繋がる基礎を身につけることができる。

また,前述した「パターン認識」の中でも「位置が異なる図形を同一視する」というスキーマを獲得することができる単元でもある。様々な位置にある図形を同一視することにより,更に多様な見方・考え方を養うことができると考える。

本実践は４時間構成とし,「図形の移動」について取り扱った。

2 授業計画の意図

対話的な学びをする価値がある適切な負荷であるということと,１～３時に学ぶ３種類の移動の内容を考慮して,第４時のまとめとなる課題に「図形の移動を組み合わせて模様の中にある図形を重ね合わせる方法について話し合う」という内容を設定した。この課題へと学びを進めていく為に,他の時間の課題を設定した。

第１時は,新しい内容の導入ということで身近な図形である割付文様を見ながら合同な図形を探した。同じ形は重ねることができるという小学校で学んだ合同の考え方を発展させ,文字式や数式として表すこと・平行移動を学ぶ内容とした。

第２時は３種類の移動の中でも特に課題の残る回転移動についての授業とした。回転移動の様子をGeoGebraを用いて可視化し,回転の中心や回転の角度についてどのような視点でもって説明するかということを重視した活動を行った。

第３時は対称移動についての課題とした。対称移動の説明は小学校段階でも十分に理解できるものであるが,対称の軸が斜めになった場合などの対称移動の見方・線対称移動のような図形を裏返すという見方を新たに習得できるようにまとめの課題を工夫した。

これら３時間分の授業で３種類の移動を習得し,まとめとなる第４時へとつなげることを想定している。図形を見て説明するような直観的な見方だけでなく,構成要素に着目して数式や文字で表すといった論理的な思考を養うことができるようにしたい。

3．授業実践から得られた成果

第１時の身近な文様,平行移動については定義すべき内容が多く,生徒の感想は「〇〇を新しく覚えた」「〇〇がわかった」という内容が多いことが予想されたが,「友達に積極的に質問することができた」「ピンとこなかったところを聞いて,理解できた」等,周りの生徒との関わりに関する感想も多くみられた。単純に覚えるような内容でも,生徒間の対話による効果を確認することができたように思う。

第２時の回転移動はやはり難しく,授業後の振り返りでは,「理解できた」と答えた生徒が平行移動の内容が理解できたと答えた生徒に比べて１０％ほど減少した。特に「角度があまりわからなかった」「パッと見ではわかるけど,具体的にどれくらい動かすのか説明することは難しかった」等の感想もあったため「どれくらい回転させるか,という点を可視化すること」「実際に説明できる問を作成すること」等が課題となった。

第３時の対称移動は小学校段階の理解でも十分に説明が可能であろうという事前の予想通り,生徒の理解度はかなり高かった。また,対称の軸をナナメにした問題においても予想通り正答率が激減し,全体の半数程度が次の図のような間違いをしていた。

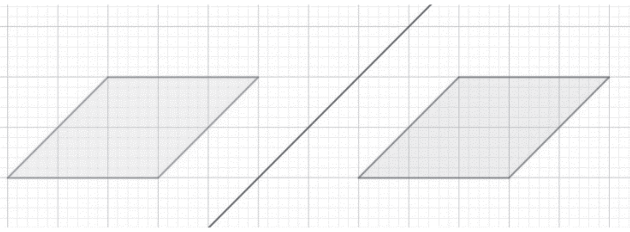


図５－１：対称移動の誤認識①

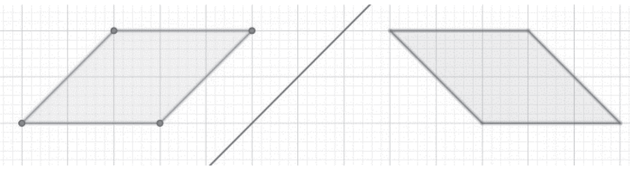


図５－２：対称移動の誤認識②

①の間違いは,軸に近い１辺の対称移動を直観的に行った結果と考えられる。「パタンと折り返す」というキーワードは軸が縦の直線の場合に限られるため,ナナメになった途端にわからなくなっていることがよくわかる間違い方であった。

②の間違いは「そもそも軸は縦の直線以外無い」という先入観から斜めの軸であることを認識できていない間違い方であると考えられる。直観的理解から抜け出せない生徒はこのような間違いからも抜け出せないのだろうということを再認識した。

この２つの間違い方を筆頭に,多くの生徒への負荷となる課題となった。この課題の際には生徒間の対話が多く引き出され一度間違っていた生徒も他の生徒からの指摘によって理解することができていたように思う。対話的な学びを取り入れつつ,直観的理解と数学的理解の橋渡しとなるよい授業にできたものと感じた。

第４時では,様々な移動方法を組み合わせた課題を記述し,他の生徒の説明を聞いて纏めさせた。生徒の記述についてプリントを回収してまとめ,A組とＢ組の２つのクラスにおける結果を解析した。

以下の表は,回転移動に関する記述があった生徒を抽出し,記述の内容について採点を行った結果をまとめたものである。

	Ａ組	Ｂ組
回転移動によって合同を説明し,論理的に記述することができている	62.0%	89.6%
回転移動による合同を理解しているが,回転の中心についての記述が不十分である。	10.3%	10.3%
回転移動による合同を理解しているが,回転する角度についての記述が不十分である。	37.9%	6.8%

Ａ組では授業冒頭の確認を口頭と電子黒板で。Ｂ組では板書も交えて確認した。その結果,両方の学級にて完全解答が 60％を超えるという良好な成果を得ることができた。Ⅱ－１で挙げた全国学力学習状況調査における課題の正答率と比較すると実に５倍程度の生徒が正解したこととなる。その中でも,直前に板書にて例示したことによる効果もＡ組とＢ組を比較することで一定数見ることができた。直前の例示が無かったＡ組では角度に関する記述が不十分であったため,常に論理的な記述については意識させる必要があるということも再認識した。

4. 今後の展望

特に課題となったのはやはり回転の角度を説明できるようにすることだ。「パッと見でこれくらい回す」といった説明から,「反時計回りに 120 度回す」といった数字・方向を交えた説明ができるようにするための工夫を今後も検討していく必要がある。

数学的な用語を使う必要性・数式や表,グラフを使うことの良さを理解することが論理的な思考力,表現力へと繋がるということも確認することができた。特に算数から数学への橋渡しとなる中学校１年生の授業では強く意識をしないと,なかなか定着しにくいということも分かった。

「直観的理解」から「数学的理解」へとどのように橋渡しをしていくのかという観点の重要性も確認することができたため,この観点での授業研究も引き続き行っていきたいと考える。

Ⅴまとめ

論理的な考察力・表現力を育成するための知見を,数学的な側面と,対話的な学びという側面の２つの面から考察し,得られた知見を基に授業改善を行うことができた。特に,「直観的理解」から「数学的理解」への橋渡しを対話的な学びを通して行っていくという観点は今後も筆者が研究を進めていくうえでの軸となるだろう。これらの授業改善を通して,最終的には高等学校数学科の目標である“（２）数学を活用して事象を論理的に考察する力，事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・ 的確に表現する力を養う”を達成するための授業づくりの一助になり,これからの社会を生きていく生徒たちが「生きる力」を身につけられるような授業が展開できることを期待している。

Ⅵ. 参考文献

小高　俊夫(1998)図形・空間のカリキュラム改革へむけて　―スキーマ形成論の展開と「統合幾何」の提案―,東洋館出版社

国宗　進（1994）中学数学科での論証の指導―その意義と問題点―，日本化学教育学会年会論文集，C233

国宗　進（2015）作図し証明する過程を重視した学習指導―「線分の三等分」に関わる活動を通して―,静岡大学教育実践総合センター紀要

重松 敬一　勝美 芳雄　上田 喜彦　(1990）数学教育におけるメタ認知の発達的研究
−「内なる教師」の発達的変容調査−，奈良教育大学紀要

清水　美憲（2007)，算数・数学教育における思考誘導の方法，東洋館出版社

杉江　修治（2011）協働学習入門,ナカニシヤ出版

杉江　修治（2016)，協同学習がつくるアクティブラーニング，明治図書出版

杉山　吉茂　公理的方法の考えに基づく，算数・数学の学習指導，東洋館出版社

松尾　七重（2007）図形の包摂関係についての理解の変容　−定義についての検討場面を取り入れた授業を通して−

John perry(1902)The Teaching of Mathematics.『Educational Review』vol.ⅩⅩⅢ
ペリー,クライン著　丸山　哲郎　訳（1972)，数学教育改革論　，明治図書出版 P13

『数学Ａ　standard』東京書籍

国立教育政策研究所　全国学力状況調査　中学校数学Ａ（H30，H21）　数学Ｂ(H29)，http://www.nier.go.jp/18chousa/18chousa.htm（最終確認 1/10）

文部科学省　高校教育改革について http://www.mext.go.jp/a_menu/koutou/koudai/detail/1397727.htm　（最終確認 1/10）

文部科学省 高等学校学習指導要領解説 数学編 http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2018/07/17/ 1407073_05.pdf ：10 （最終確認 1/10）

Faucett,H.P (1938)Nature of proof,NCTM

p4c JAPAN ホームページ 哲学者の工具箱 http://p4c-japan.com/about_tool_box/（最終確認　1/10）